نام و نام خانوادگی: تانیا ترک ترابی سری: ۲۸ گروه: دهم یکشنبه

۱۹ آفرین

$x=a \to a^2+2a = a\times a - 4 \Rightarrow a^2+2a = a^2-4 \Rightarrow a^2+2a-a^2=-4 \Rightarrow$

$2a=-4 \Rightarrow a=-2$

۲

۱

$f(x)=\begin{cases} x^2+2x \; ; \; x \geq a \\ ax-4 \; ; \; x<a \end{cases} \Rightarrow$ دو ضابطه باید در $x=a$ یک مقدار برابر تولید کنند

$g(2)=3 \Rightarrow 2(2)+b=3 \Rightarrow \boxed{b=-1}$

$f(2)=3 \Rightarrow \dfrac{2^2+a}{2(2)-b} = 3 \Rightarrow \boxed{a=11}$

۲ ۲

$f(1)=\dfrac{1^2+11}{2(1)+1} = \dfrac{12}{3} = \boxed{4}$

$2x^2+ax+b=0 \longrightarrow x_1=-1,\ x_2=4 \qquad \alpha+\beta=-\dfrac{a}{2},\ \alpha\beta=\dfrac{b}{2}$

$-1+4=-\dfrac{a}{2},\ (-1)(4)=\dfrac{b}{2} \Rightarrow a=-6,\ b=-8$

۲ ۳

$f(x)=\dfrac{4x+1}{2x^2-6x-8} \qquad f(1)=\dfrac{4(1)+1}{2(1)^2-6(1)-8} = \dfrac{5}{2-6-8} = \boxed{-\dfrac{5}{12}}$

$f(x)=\dfrac{x^3-\sqrt{3}}{-4x^2+ax+b} \qquad -4x^2+ax+b=0 \longrightarrow x=-1$

$-4x^2+ax+b = \underbrace{k(x+1)^2}_{k(x^2+2x+1)=kx^2+2kx+k}$

$\Rightarrow -4x^2+ax+b = kx^2+2kx+k \Rightarrow \begin{cases} k=-4 \\ a=2k \\ b=k \end{cases}$

۴

$k=-4 \Rightarrow a=2(-4)=\boxed{-8}$

$\boxed{b=-4}$ ۲

$a+b=-8+(-4)=\boxed{-12}$

$f(x)=\dfrac{2x}{(x-1)(x^2+mx+1)}$

دقت ۲

۱ $\Delta<0 \Rightarrow m^2-4<0 \Rightarrow (m-4)(m+4)<0$ $\quad \begin{array}{c} -4 \quad +4 \\ \hline + \; \phi \; - \; \phi \; + \end{array}$ ۵

یا

$\boxed{-4<m<+4}$ $\quad m^2<4 \to -2<m<2$

۱

۲ ریشه‌ی مضاعف $x=1$

$f(x) = \sqrt{۴ - \frac{۱}{x^۲}}$ ① $۴ - \frac{۱}{x^۲} \geq ۰ \Rightarrow ۴x^۲ - ۱ \geq ۰ \Rightarrow (\overset{\frac{۱}{۲}}{۲x - ۱})(\overset{-\frac{۱}{۲}}{۲x + ۱}) \geq ۰$

$\begin{array}{ccccc} & -\frac{۱}{۲} & & \frac{۱}{۲} & \\ \hline + & ۰ & - & ۰ & + \end{array}$ $(-\infty, -\frac{۱}{۲}] \cup [\frac{۱}{۲}, +\infty)$ ۲

② $x^۲ \neq ۰$ ✓ $D_f = (-\infty, -\frac{۱}{۲}] \cup [\frac{۱}{۲}, +\infty)$ ۶

$f(x) = \sqrt{mx^۲ + ۲mx + ۱}$ $mx^۲ + ۲mx + ۱ \geq ۰$ ① $m = ۰ \Rightarrow ۱ \geq ۰$ ✓

② $m > ۰ \Rightarrow \Delta \leq ۰ \Rightarrow ۴m^۲ - ۴m \leq ۰$

$\Rightarrow ۴m(m - ۱) \leq ۰ \Rightarrow ۰ \leq m \leq ۱$ $\begin{array}{ccccc} & ۰ & & ۱ & \\ \hline + & ۰ & - & ۰ & + \end{array}$ ۷

اشتراک حالات ۱ و ۲ $\rightarrow [۰, ۱] \Rightarrow m \in [۰, ۱]$ ۲

$f(x) = \begin{cases} \frac{۴x^۲ - ۱}{۲x - ۱} ; & x \neq a \\ ۴x + k ; & x = \frac{۱}{۲} \end{cases}$ $f(x) = g(x) \Rightarrow \frac{۴x^۲ - ۱}{۲x - ۱} = ۲x + ۱ ; x \neq \frac{۱}{۲}$

$f(\frac{۱}{۲}) = g(\frac{۱}{۲}) \Rightarrow ۴(\frac{۱}{۲}) + k = ۲(\frac{۱}{۲}) + ۱ \Rightarrow ۲ + k = ۲ \Rightarrow k = ۰ , a = \frac{۱}{۲}$ ۸

$a + k = \frac{۱}{۲} + ۰ = \boxed{\frac{۱}{۲}}$ ۲

$f(x) = \begin{cases} \frac{۹x^۲ - ۴}{۲x - ۱} ; & x \neq -\frac{۲}{۳} \\ ۳ax + ۲ ; & x = -\frac{۲}{۳} \end{cases}$ $\frac{۹x^۲ - ۴}{۳x + ۲} = \frac{(۳x - ۲)\cancel{(۳x + ۲)}}{\cancel{(۳x + ۲)}} = ۳x - ۲$

$x \neq -\frac{۲}{۳} \Rightarrow f(x) = g(x) \Rightarrow ۳x + b = ۳x - ۲ \Rightarrow \boxed{b = -۲}$ ۲ ۹

$x = -\frac{۲}{۳} \Rightarrow f(-\frac{۲}{۳}) = ۳a(-\frac{۲}{۳}) + ۲ = -۲a + ۲ , g(-\frac{۲}{۳}) = ۳(-\frac{۲}{۳}) + b = -۲ + b$

$f(-\frac{۲}{۳}) = g(-\frac{۲}{۳}) \Rightarrow -۲a + ۲ = -۲ + b \xrightarrow{b = -۲} -۲a + ۲ = -۴ \Rightarrow \boxed{a = ۳} \Rightarrow a - b = ۳ - (-۲) = \boxed{۵}$

---

① $x \neq ۲ \Rightarrow f(x) = \frac{\cancel{(x - ۲)}(x + ۲)}{\cancel{(x - ۲)}} = x + ۲$, $g(x) = x + ۲$

② $x = ۲ \Rightarrow g(۲) = ۲ + ۲ = ۴ , f(۲) = ۲a^۲ + ۲a \Rightarrow g(۲) = f(۲) \Rightarrow ۲a^۲ + ۲a = ۴ \Rightarrow$ ۱۰

$۲a^۲ + ۲a - ۴ = ۰ \Rightarrow (a + ۲)(a - ۱) = ۰ \Rightarrow \boxed{a_۱ = -۲} , \boxed{a_۲ = ۱}$ ۲

دو تابع در مقادیر $a = ۱ , a = -۲$ باهم برابر می‌شوند

۵- ۲ حالت برای عبارت $x^۲+mx+۱$ وجود خواهد داشت:

حالت ۱) ریشه حقیقی نداشته باشد: $\Delta<۰ \rightsquigarrow m^۲-۴<۰ \rightarrow \overset{1}{-۲<m<۲}$

حالت ۲) ریشه مضاعف $x=۱$ داشته باشد: $x^۲+mx+۱=x^۲-۲x+۱ \rightarrow \overset{2}{m=-۲}$

$1 \cup 2 \rightsquigarrow \boxed{-۲\leq m<۲}$