نیکا تابش

۲۰ آذرنیر

دهم دختر B

۱-

$$f(x)\begin{cases} x^2+2x & x\geq a \\ ax-4 & x<a \end{cases} \Rightarrow f(a)=a^2+2a=a(a)-4 \Rightarrow \boxed{a=-2}$$

۲-

$$g(x)=2x+b \xrightarrow{x=2} 4=4+b \Rightarrow b=-1,\quad f(x)=\frac{x^2+a}{2x-b} \xrightarrow{x=2} 4=\frac{4+a}{4-\frac{b}{-1}} \Rightarrow a=11 \Rightarrow f(1)=\frac{1+11}{2+1}=4$$

۳-

$$2x^2+ax+b \begin{cases} x=-1 \to 2-a+b=0 \\ x=4 \to 32+4a+b=0 \end{cases} \Rightarrow 2-a+b=32+4a+b \Rightarrow a=-6,\ b=-8 \Rightarrow f(1)=\frac{1+6}{1-8}=\boxed{\frac{-7}{12}}$$

۴-

$$f(x)=\frac{x^2-\sqrt{3}}{-6x^2+ax+b},\quad D_f=R-\{-1\} \Rightarrow S=-1-1=-2=\frac{-a}{-6} \Rightarrow a=12,\ \Delta=a^2+24b=0 \xrightarrow{a=12} 144+24b=0 \Rightarrow b=-6$$

ریشه مضاعف مخرج است یعنی $\Delta=0$

۵-

$$D_f=R-\{1\} \Rightarrow \text{یعنی مخرج فقط یک ریشه دارد که برای } (x-1) \text{ است و } x^2+mx+1$$

① $\Delta<0 \Rightarrow m^2-4<0 \Rightarrow (m-2)(m+2)<0$

	-2		2	
	+	−	−	+

② $S=2=-m \Rightarrow m=-2$ ریشه در اعداد حقیقی ندارد یا یک ریشه مضاعف 1 دارد

$$\Rightarrow \begin{cases} -2<m<2 \\ m=-2 \end{cases} \Rightarrow \boxed{-2\leq m<2}$$

۶-

$$f(x)=\sqrt{4-\frac{1}{x^2}} \Rightarrow 4-\frac{1}{x^2}\geq 0 \Rightarrow \frac{4x^2-1}{x^2}\geq 0 \Rightarrow \begin{cases} 4x^2-1=0 \Rightarrow x=\pm\frac{1}{2} \\ x^2=0 \Rightarrow x=0 \end{cases}$$

	$-\frac{1}{2}$		0		$\frac{1}{2}$	
	+	−	✱	−	+	

$$\Rightarrow \boxed{D_f=R-\left(-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)}$$

۷-

$$f(x)=\sqrt{mx^2+2mx+1} \Rightarrow mx^2+2mx+1\geq 0 \Rightarrow \begin{cases} \text{①}\ m>0 \\ \text{②}\ m=0 \text{ عبارت درجه 1 باشد} \end{cases} \quad \Delta\leq 0 \Rightarrow 4m^2-4m\leq 0 \Rightarrow 4m(m-1)\leq 0 \Rightarrow$$

	0		1	
	+	−	−	+

$$0\leq m\leq 1 \Rightarrow \star,2\star \Rightarrow \boxed{0\leq m\leq 1}$$

۸-

$$f(x)\begin{cases} \frac{4x^2-1}{2x-1} & x\neq a \\ 4x+k & x=\frac{1}{2} \end{cases},\ g(x)=2x+1 \Rightarrow \text{در } f(x) \text{ ریشه } a \Rightarrow 2a-1=0 \Rightarrow a=\frac{1}{2} \text{ مخرج است}$$

$$x=\frac{1}{2} \Rightarrow 2+k=2\left(\frac{1}{2}\right)+1 \Rightarrow k=0 \Rightarrow \boxed{a+k=\frac{1}{2}}$$

۹-

$$f(x)\begin{cases} \frac{9x^2-4}{3x+2} & x\neq\frac{-2}{3} \\ 2ax+2 & x=\frac{-2}{3} \end{cases},\ g(x)=3x+b \Rightarrow x=\frac{-2}{3}=-\frac{2}{3} \Rightarrow -2a+2=3\left(\frac{-2}{3}\right)+b \Rightarrow a=2$$

$$\frac{9x^2-4}{3x+2}=\frac{(3x-2)(3x+2)}{3x+2} \overset{x\neq\frac{-2}{3}}{=} 3x-2=3x+b \Rightarrow b=-2 \Rightarrow \boxed{a-b=4}$$

۱۰-

$$f(x)\begin{cases} \frac{x^2-4}{x-2} & x\neq 2 \\ 2a^2+ax & x=2 \end{cases},\ g(x)=x+2 \Rightarrow 2a^2+ax \overset{x=2}{\Longrightarrow} 2a^2+2a=2+2 \Rightarrow 2a^2+2a-4=0 \Rightarrow a^2+a-2=0 \Rightarrow$$

$$(a-1)(a+2)=0 \Rightarrow \boxed{a=1,-2}$$