آزمون پدری گشتی

خیلی بی دقتی کردی :($16/5$

$x^2+2x=ax-4$ ⟵ a به ازای a ⟵ $a^2+2a=a^2-4$ ⟵ $\boxed{a=-2}$ ✓ ۱

(۱/۷۵) ۲

$f(x)=\dfrac{x^2+a}{2x-b} \rightarrow \dfrac{4+a}{4-b}=3 \rightarrow 12-3\cancel{b}=4+a \rightarrow \boxed{11=a}$

$g(x)=2x+b \rightarrow 4+b=3 \rightarrow \boxed{b=-1}$

دقت :(

$f(1) \rightarrow \dfrac{1+11}{2-1}=\dfrac{12}{3}=4$

$2-(-1)=3$

(۱/۷۵) ۳

$D_f=R-\{1,4\} \rightarrow 2x^2+ax+b=0 \rightarrow$ در نقاط ۱ و ۴ صفر است

$(x-1)(x-4)=x^2-5x+4 \xrightarrow{\times 2} 2x^2-\underbrace{10}_{a}x+\underbrace{8}_{b}=0$

$f(1)=\dfrac{4+1}{\underbrace{2-10+8}_{0}} \rightarrow$ تعریف نشده

۴

مخرج به ازای یک عدد صفر است ⟵ یا ضریب x^2 صفر است ×

یا مخرج اتحاد مربع ۲ جمله ای شود ✓ ⟵ $(x+1)^2=x^2+2x+1$

$\xrightarrow{\times -4} -4x^2-\underbrace{8}_{a}x-\underbrace{4}_{b} \rightarrow -12$ ✓

---

(۰) ۵

m محدوده IR ⟵ $(x-1)$ به ازای یک صفر می شود پس عبارت دیگر مهم نیست :(

(۱/۷۵) ۶

$x^2=0 \rightarrow x=0$

$4-\dfrac{1}{x^2}\geq 0 \rightarrow \dfrac{4x^2-1}{x^2}$ تعیین علامت: $4x^2-1=0 \rightarrow x=\pm\dfrac{1}{2}$ و $x^2=0 \rightarrow x=0$

$-\frac{1}{2}$ ، 0 ، $+\frac{1}{2}$

$-\ 0\ +\ \underset{0}{\overset{-}{}}\ -\ 0\ +$

$(-\frac{1}{2},0] \cup [+\frac{1}{2},+\infty)$

$mx^2+2mx+1\geq 0$ (۷)

$a>0 \to m>0$ $*_1$

$\Delta\leq 0 \to b^2-4ac\leq 0 \to 4m^2-4m\leq 0 \to 4m(m-1)$

$0 \qquad 1$

$+ \quad 0 \quad - \quad 1 \quad +$

$*_2 \; 0\leq m\leq 1$

$*_1 \cup *_2 : 0\leq m\leq 1$

الف

$2x+1 \xrightarrow{\frac{1}{2}} 2\left(\frac{1}{2}\right)+1 = 4x+k \to 2=2+k \Rightarrow \boxed{k=0}$ (۸)

$2x-1=0 \to 2x=1 \to x=\boxed{\frac{1}{2}=a}$

$a+k=\frac{1}{2}$

ب

به ازای 1: $\frac{9x^2-4}{3x+2}=3x+b \to \frac{9-4}{3+2}=3+b \to 1=3+b \to \boxed{b=-2}$ (۹)

به ازای $-\frac{2}{3}$: $3ax+2=3x+b \to -2a+2=-2+b \to \boxed{a=-3}$

$a-b=-3+2=-1$

الف

$2a^2+ax \xrightarrow{x=2} 2a^2+2a-4 \to a^2+a-2 \to (a+2)(a-1)$ (۱۰)

$-2 \qquad +1$

ب

-۲

$g(2)=3 \to 2(2)+b=3 \to b=-1$

$f(2)=3 \to \dfrac{4+a}{\underbrace{4-b}_{5}}=3 \rightsquigarrow 4+a=15 \to a=11$

$f(x)=\dfrac{x^2+a}{2x-b}=\dfrac{x^2+11}{2x+1} \rightsquigarrow f(1)=\dfrac{12}{3}=\boxed{4}$

-۳ $x=-1$ و $x=4$ باید ریشه های مخرج عبارت باشند چون در دامنه ی تابع نیستند!

$k(x+1)(x-4)=2x^2+ax+b \xrightarrow{k=2} 2(x^2-3x-4)$

$2x^2-6x-8$ → $a=-6$ ، ↳ $b=-8$

$\rightsquigarrow f(x)=\dfrac{4x+1}{2x^2-6x-8} \to \boxed{f(1)=\dfrac{5}{-12}}$

-۵ ۲ حالت برای عبارت x^2+mx+1 وجود خواهد داشت:

حالت ۱) ریشه حقیقی نداشته باشد: $\Delta<0 \rightsquigarrow m^2-4<0 \to -2<m<2$ (1)

حالت ۲) ریشه مضاعف $x=1$ داشته باشد: $x^2+mx+1=x^2-2x+1 \to m=-2$ (2)

$1 \cup 2 \rightsquigarrow \boxed{-2\leq m<2}$

-۶ $f(x)=\sqrt{4-\dfrac{1}{x^2}} \rightsquigarrow D_f=4-\dfrac{1}{x^2}\geq 0$

$\dfrac{1}{x^2}\leq 4 \xrightarrow[\text{چون مثبت است جهت تغییر نمی کند}]{\times x^2} 1\leq 4x^2 \to x^2\geq \dfrac{1}{4}$ → $x\geq \dfrac{1}{2}$ ، ↳ $x\leq -\dfrac{1}{2}$

$$\boxed{D_f=(-\infty,-\tfrac{1}{2}]\cup[\tfrac{1}{2},+\infty)}$$

۷- باید دو شرط $\Delta \leq 0$ و $a > 0$ را همزمان داشته باشد!

$\Delta \leq 0 \rightarrow (-2m)^2 - 4(m)(1) \leq 0 \rightarrow 4m^2 - 4m \leq 0 \rightarrow 4m(m-1) \leq 0$

$a > 0 \rightarrow m > 0 \rightsquigarrow 1 \cap 2 \rightarrow 0 < m \leq 1$

اگر $m = 0$ باشد تابع به صورت تابع ثابت ۱ خواهد بود و دامنه‌ی تابع ثابت نیز $\mathbb{R}$ است پس $m = 0$ نیز قابل قبول است! $\leftarrow$ $\boxed{0 \leq m \leq 1}$

۹-

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{(\cancel{3x+2})(3x-2)}{\cancel{3x+2}} & ; x \neq -\frac{2}{3} \\ 3ax+2 & ; x = -\frac{2}{3} \end{cases} \rightsquigarrow g(x) = 3x + b$$

$D_f = D_g = \mathbb{R} \rightsquigarrow 3x - 2 = 3x + b \rightarrow \boxed{b = -2}$

$g(-\frac{2}{3}) = 3(-\frac{2}{3}) - 2 = -4 \rightsquigarrow f(-\frac{2}{3}) = -4$

$\hookrightarrow 3 \times (-\frac{2}{3})(a) + 2 = -4 \rightarrow -2a = -6 \rightarrow \boxed{a = 3}$

$\boxed{a - b = 5}$
