لعیا لرزاسیان ‏ ‏ «به نام خدا» ‏ ‏ تکلیف سری ۴

۱-

الف) $y=\sqrt{3-\sqrt{2-x}}$

① $2-x\geqslant 0 \longrightarrow -x\geqslant -2 \longrightarrow x\leqslant 2$

② $3-\sqrt{2-x}\geqslant 0 \longrightarrow 4\geqslant\sqrt{2-x} \longrightarrow 16\geqslant 2-x \longrightarrow x\geqslant -14$

$D_f=[-14,2]$

ب) $\sqrt{3-\sqrt{x-2}}$

① $x-2\geqslant 0 \longrightarrow x\geqslant 2$

② $3-\sqrt{x-2}\geqslant 0 \longrightarrow 3\geqslant\sqrt{x-2} \longrightarrow 9\geqslant x-2 \longrightarrow x\leqslant 11$

$D_f=[2,11]$

۲-

الف) $\sqrt{4-2x^2}$ ‏ $4-2x^2\geqslant 0$ ‏ $D_f:[-\sqrt{2},\sqrt{2}]$

$4\geqslant 2x^2$

$2\geqslant |x|\sqrt{2}$

$\frac{2}{\sqrt{2}}\geqslant|x| \longrightarrow |x|\leqslant\sqrt{2} \longrightarrow -\sqrt{2}\leqslant x\leqslant\sqrt{2}$

ب) $y=\sqrt{3|x|-9}$ ‏ $3|x|-9\geqslant 0$

$3|x|\geqslant 9$

$|x|\geqslant 3$ ‏ $x\geqslant 3$ ‏ $x\leqslant -3$

$D_f=[3,+\infty)\cup(-\infty,-3]$

۳-

الف) $|x|-3\neq 0$ ‏ $D_f=\mathbb{R}-\{-3,3\}$

$|x|\neq 3 \longrightarrow x\neq\pm 3$

ب) $\sqrt{x}-3\neq 0$ ‏ $D_f=\mathbb{R}-\{9\}$

$\sqrt{x}\neq 3 \longrightarrow x\neq 9$

۴-

الف) $y=\frac{\sqrt{3-|x|}}{|x|+2}$

① $3-|x|\geqslant 0$

$|x|\leqslant +3 \longrightarrow -3\leqslant x\leqslant 3$

② $|x|+2\neq 0$

$|x|\neq -2$ ✓

$D_f=[-3,3]$

ب) $y=\frac{\sqrt{4-x^2}}{|x|-1}$

① $4-x^2\geqslant 0$

$4\geqslant x^2 \longrightarrow x^2\leqslant 4$

$|x|\leqslant 2 \longrightarrow -2\leqslant x\leqslant 2$

② $|x|-1\neq 0$

$|x|\neq 1 \longrightarrow x\neq\pm 1$

$D_f=[-2,2]-\{1,-1\}$

۵-

الف) $y=\frac{x+1}{\sqrt{x+|x|}}$ ‏ $x+|x|>0 \longrightarrow$ $x>0$ ✓ ‏ $x<0$ ✗ ‏ $x=0$ ✗ ‏ $D_f=\mathbb{R}^+$

ب) $y=\frac{1}{\sqrt{x|x|}}$ ‏ $x|x|>0 \longrightarrow$ $x>0$ ✓ ‏ $x<0$ ✗ ‏ $x=0$ ✗ ‏ $D_f=\mathbb{R}^+$

۶-

الف) $y=\sqrt{2-[x]}$ ‏ $2-[x]\geqslant 0$ ‏ $[x]\leqslant +2$ ‏ $D_f=(-\infty,3)$

ب) $y=\frac{1}{\sqrt{2-[x]}}$ ‏ $2-[x]>0$ ‏ $D_f=(-\infty,2)$

$2>[x]$

$[x]<2$

۷- الف) $y=\dfrac{1}{x[x]}$ $\quad x[x]\neq 0 \begin{cases} x\neq 0 \\ x\notin(0,1) \end{cases} \quad D_f=\mathbb{R}-[0,1)$

ب) $\dfrac{1}{\sqrt{-x[x]}}$ $\quad -x[x]>0$

این عبارت هیچگاه تعریف نمی‌شود زیرا $x[x]$ همیشه بزرگتر یا مساوی صفر است.

$D_f=\varnothing$

۸- الف) $y=\sqrt{[x-\frac{1}{3}]+[x+\frac{2}{3}]}$

$[x-\frac{1}{3}]+[x+\frac{2}{3}]\geq 0$

$[x+\frac{3}{3}-\frac{1}{3}-1]+[x+\frac{2}{3}]\geq 0$

$[x+\frac{2}{3}-1]+[x+\frac{2}{3}]\geq 0$

$[x+\frac{2}{3}]-1+[x+\frac{2}{3}]\geq 0$

$2[x+\frac{2}{3}]\geq 1$

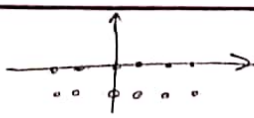
$[x+\frac{2}{3}]\geq \frac{1}{2}$

$x+\frac{2}{3}\geq 1$

$x\geq \frac{1}{3}$

$D_f=[\frac{1}{3},+\infty)$

ب) $y=\sqrt{[x-\frac{1}{2}]+[-x+\frac{1}{2}]}$



$\begin{cases} a\in\mathbb{Z}\to[a]+[-a]=0 \\ a\notin\mathbb{Z}\to[a]+[-a]=-1 \end{cases}$ $\quad x-\frac{1}{2}\in\mathbb{Z}$

$D_f=\{x\,|\,x=k+\frac{1}{2},\ k\in\mathbb{Z}\}$

۹- الف) $y=\dfrac{1}{2\sin^2x-1}$

$2\sin^2x-1\neq 0$

$2\sin^2x\neq 1$

$\sin^2x\neq\frac{1}{2}$

$\sin x\neq\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$

$D_f=\mathbb{R}-\{k\pi\pm\frac{\pi}{4}\}$

ب) $\dfrac{\cot x+1}{\tan x+1}=\dfrac{\frac{\cos x}{\sin x}+1}{\frac{\sin x}{\cos x}+1}$

① $\sin x\neq 0\longrightarrow \sin x\neq k\pi$

② $\cos x\neq 0\longrightarrow \cos x\neq k\pi+\frac{\pi}{2}$

③ $\tan x+1\neq 0$

$\tan x\neq -1$

$\tan x\neq k\pi-\frac{\pi}{4}$

$D_f=\mathbb{R}-\{k\pi,\ k\pi+\frac{\pi}{2},\ k\pi-\frac{\pi}{4}\}$

۱۰- الف) $y=\sqrt{2\sin x-1}$

$2\sin x-1\geq 0$

$2\sin x\geq 1$

$\sin x\geq\frac{1}{2}$

$D_f=[2k\pi+\frac{\pi}{6},\ 2k\pi+\frac{5\pi}{6}]$

ب) $y=\sqrt{1-2\cos x}$

$1-2\cos x\geq 0$

$-2\cos x\geq -1$

$2\cos x\leq 1$

$\cos x\leq\frac{1}{2}$

$D_f=\mathbb{R}-\{2k\pi\pm\frac{\pi}{3}\}$