«به نام خدا»

نام و نام خانوادگی: مجتبی محمدیان　　B: کلاس　　پایه: دهم

۲۰ آفرین!

۱ (۲)

الف) $y=\dfrac{x+4}{4x^3-20x^2+31x-15}$

$$\begin{array}{l|l} 4x^3-20x^2+31x-15 & x-1 \\ \hline -4x^3+4x^2 & 4x^2-16x+15 \\ -16x^2+31x-15 & \\ +16x^2-16x & \\ +15x-15 & \\ -15x+15 & \\ 0 & \end{array}$$

$4x^2-16x+15=(2x-3)(2x-5)$　$x=\frac{3}{2}$　$x=\frac{5}{2}$

جمع ضرایب برابر صفر است بنابراین $\Leftarrow$ $\boxed{D_f=R-\{1,\frac{3}{2},\frac{5}{2}\}}$

$y=\dfrac{x+4}{(x-1)(2x-3)(2x-5)}$

ب) $y=\dfrac{x+3}{3x^3-x^2-8x-4}$

$$\begin{array}{l|l} 3x^3-x^2-8x-4 & x+1 \\ \hline -3x^3-3x^2 & 3x^2-4x-4 \\ -4x^2-8x-4 & \\ 4x^2+4x & \\ -4x-4 & \\ 4x+4 & \\ 0 & \end{array}$$

$3x^2-4x-4=0$　$x^2-4x-12$　$(x-6)(x+2)$　$x=\cancel{6}\ 2$　$x=-\frac{2}{3}$

جمع ضرایب زوج و فرد برابر است بنابراین $\Leftarrow$ $\boxed{D_f=R-\{-1,2,-\frac{2}{3}\}}$

۲ (۲)

ب) $y=\dfrac{x+2}{x-\sqrt{3x-2}}$　$3x-2\geq 0$　$3x\geq 2$　$x\geq \frac{2}{3}$

$x-\sqrt{3x-2}\neq 0$　$x\neq\sqrt{3x-2}$　$x^2-3x+2\neq 0$　$(x-1)(x-2)$

$x=1,2$

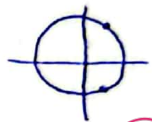
$x\geq\frac{2}{3}$　$x\neq 1$　$x\neq 2$　$\boxed{D_f=[\frac{2}{3},+\infty)-\{1,2\}}$

الف) $y=\dfrac{x+1}{x-\sqrt{3-2x}}$　$3-2x\geq 0$　$-2x\geq -3$　$2x\leq 3$　$x\leq\frac{3}{2}$　$\boxed{(-\infty,\frac{3}{2}]-\{1\}=D_f}$

$x-\sqrt{3-2x}\neq 0$　$(x\neq\sqrt{3-2x})^2 \Rightarrow x^2-3+2x \Rightarrow (x-1)(x-2)$　$x\neq 2$　$x\neq 1$

۳ (۲)

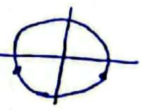
الف) $\dfrac{\sin x}{2\cos x-1}$　$2\cos x-1\neq 0$　$2\cos x\neq 1$　$\cos x\neq\frac{1}{2}$　$\cos x\neq\frac{\pi}{3},\frac{5\pi}{3}$



$\boxed{D_f=R-\{2k\pi+\frac{\pi}{3},2k\pi+\frac{5\pi}{3}\}}$

ب) $y=\dfrac{\cos x+1}{2\sin x+1}$　$2\sin x+1\neq 0$　$2\sin x\neq -1$　$\sin x\neq -\frac{1}{2}$

$\sin x\neq\frac{11\pi}{6},\frac{7\pi}{6}$



$\boxed{D_f=R-\{2k\pi+\frac{7\pi}{6},2k\pi+\frac{11\pi}{6}\}}$

۴ (۲)

الف) $x^2-5x+6>0$　$(x-2)(x-3)>0$　$+\ \ 2\ \ -\ \ 3\ \ +$

$\boxed{D_f=(3,+\infty)\cup(-\infty,2)}$

ب) $x^2-6x+5<0 \Rightarrow (x-1)(x-5)<0$　$+\ \ 1\ \ -\ \ 5\ \ +$　$\boxed{D_f=(1,5)}$

ج) $x^2+6x+5\geq 0$　$(x+1)(x+5)\geq 0$　$+\ \ -5\ \ -\ \ -1\ \ +$　$\boxed{D_f=[-1,+\infty)\cup(-\infty,-5]}$

د) $x^2-7x+6\leq 0$　$(x-1)(x-6)\leq 0$　$+\ \ 1\ \ -\ \ 6\ \ +$　$\boxed{D_f=[1,6]}$

۵ (۲)

الف) $\dfrac{x^2-3x+2}{x-5}<0$　$\dfrac{\overset{1}{(x-1)}\overset{2}{(x-2)}}{\underset{5}{(x-5)}}$　$-\ \ 1\ \ +\ \ 2\ \ -\ \ 5\ \ +$　$\boxed{D_f=(-\infty,1)\cup(2,5)}$

ب) $\dfrac{x^2-1}{x^2-6x+5}\geq 0$　$\dfrac{(x-1)\overset{-1}{(x+1)}}{(x-1)(x-5)}\geq 0$　$+\ \ -1\ \ -\ \ 1\ \ -\ \ 5\ \ +$　≥ 0　$\boxed{D_f=(5,+\infty)\cup(-\infty,-1]}$

الف) $y=\sqrt{\dfrac{x^2-4x+3}{x^3-1}} \Rightarrow \dfrac{(x-1)(x-3)}{(x-1)(x^2+x+1)} \geq 0$ $\quad \Delta=b^2-4ac<0$ ۶

جواب ندارد پس این عبارت همواره + است

$\boxed{D_f=[3,+\infty)}$

ب) $y=\sqrt[3]{\dfrac{x^2-4x+3}{x^2-1}} \Rightarrow x^2-1\neq 0 \quad x\neq 1,-1$

$\boxed{D_f=\mathbb{R}-\{1,-1\}}$

۲

الف) $y=\log(x^2-3x) \quad x^2-3x>0 \quad x(x-3)>0$ $\quad \boxed{D_f=(3,+\infty)\cup(-\infty,0)}$ ۷

ب) $y=\log_{|x|-2}(16-x^2) \quad 16-x^2>0 \quad (4-x)(4+x)>0 \quad |x|-2>0 \quad |x|>2 \quad x>2 \quad x<-2$

$x\neq 3,-3$

$\boxed{D_f=(2,4)\cup(-4,-2)-\{3,-3\}}$

ج) $y=\log_{10-x}\dfrac{x^2-7x+12}{x-3} \quad \dfrac{(x-3)(x-4)}{(x-3)}>0$

$\boxed{D_f=(4,10)-\{9\}}$

$10-x>0 \quad -x>-10 \quad x<10 \quad x\neq 9$

۲

$y=\dfrac{x^2-x}{x^2+x} \quad \dfrac{x(x-1)}{x^2+x}$ ۸

روش سریع

روش دوم

x		-1		0		1	
x^2-x	+		+	0	−	0	+
x^2+x	+	0	−	0	+		+
P	+	ت	−	ت	−	0	+

۲

$y=\sqrt{\dfrac{x-f(x)}{f(x)}} \quad f(x)\neq 0 \quad \dfrac{x-f(x)}{f(x)}\geq 0$ $\quad x-f(x)=0 \quad x=f(x) \quad x=3,-1$ ۹

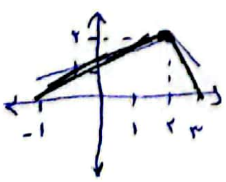
علامت در این بازه $\pm$ $(-1,3)$

$f(x)\neq 0 \quad x=2,-2$

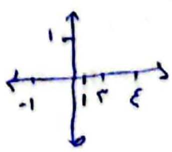
$D_f=(-2,-1]\cup[2,3)$

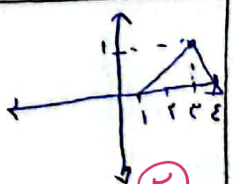
۲

الف) $f(x)+1$ ۱۰

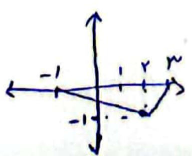


ب) $f(x-1)$

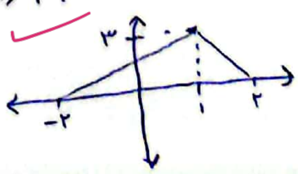




ج) $-f(x)$



د) $f(x+1)+2$



۲

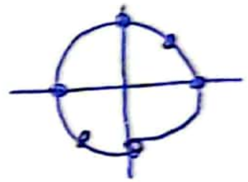
ادامه سوال ۳

ج) $y = \dfrac{\tan x + ۲}{\cot x - 1}$

$\cot x - 1 \neq ۰ \quad \cot x \neq 1 \quad \cot x \neq \dfrac{\pi}{۴} , \dfrac{۵\pi}{۴}$

$\cot = \dfrac{\sin}{\cos} \quad \cos \neq ۰ \quad \cos \neq ۲۷۰ , ۹۰$

$\tan = \dfrac{\sin}{\cos} \quad \sin \neq ۰ \quad \sin \neq ۰ , ۱۸۰$

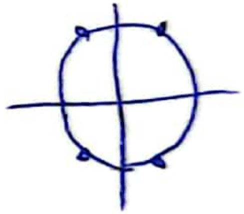


$$\boxed{D_f = R - \{k\pi\} , \{k\pi + \tfrac{\pi}{۴}\} , \{k\pi + \tfrac{\pi}{۲}\}}$$

د) $y = \dfrac{\sin x + 1}{۴\sin^۲ x - ۳}$

$۴\sin^۲ x - ۳ \neq ۰$

$۴\sin^۲ x \neq ۳ \quad \sin^۲ x \neq \dfrac{۳}{۴} \quad \sin x \neq \pm\dfrac{\sqrt{۳}}{۲}$



$$\boxed{D_f = R - \{k\pi \pm \tfrac{\pi}{۳}\}}$$

ادامه سوال ۷

د) $y = \sqrt{x^۲ - 11x + ۲۸} + \log_x \sqrt{۳۶ - x^۲}$

$x^۲ - 11x + ۲۸ \geq ۰ \quad (x-۴)(x-۷) \geq ۰ \quad x > ۰ \quad x \neq 1$

$۴ \quad ۷$

$+ \quad - \quad +$

$\sqrt{(۶-x)(۶+x)} > ۰$

$-۶ \quad ۶$

$- \quad + \quad -$

$$\boxed{D_f = (۰ , ۴] - \{1\}}$$