دهم دختر B

۲۰ آفرین

نیکا تابش

۱-

(۲)

الف) $f(x)=\sqrt{x|x|} \Rightarrow x|x| \geq 0 \Rightarrow \begin{cases} x>0 \checkmark \\ x=0 \checkmark \\ x<0 \times \end{cases} \Rightarrow D_f=\{0\}\cup R^+ , \; D_g=R \Rightarrow$ مساوی نیستند

ب) $f(x)=\dfrac{x^2+4x+3+x+4}{x^2+5x+7}=1 , \; g(x)=1 \Rightarrow$ مساوی هستند

$x^2+5x+7\neq 0 \Rightarrow \Delta=25-28=-3 \Rightarrow$ ریشه ندارد

ج) $f(x)=\dfrac{4\sin^2 x-6\sin x}{2\sin x-3} \Rightarrow 2\sin x-3 \Rightarrow \sin x\neq \frac{3}{2} \Rightarrow -1\leq \sin x\leq 1 \Rightarrow D_f=R , \; D_g=R \Rightarrow$ مساوی هستند

د) $f(x)=\dfrac{x}{|x|} \Rightarrow x\neq 0 , \; g(x)=\dfrac{|x|}{x} \Rightarrow x\neq 0 \Rightarrow D_f=R-\{0\} , \; D_g=R-\{0\} , \; \begin{matrix} x>0 \Rightarrow 1 \\ x<0 \Rightarrow -1 \end{matrix} \Rightarrow$ مساوی هستند

۲-

(۲)

الف) $f(x)=\left[\dfrac{x^2}{x^2+1}\right] \Rightarrow x^2+1\neq 0 \Rightarrow x^2\neq -1 \Rightarrow \checkmark \Rightarrow \begin{cases} x=0 \Rightarrow \left[\frac{0}{1}\right]=0 \\ x\neq 0 \Rightarrow \dfrac{x^2}{x^2+1}<1 \Rightarrow \left[\dfrac{x^2}{x^2+1}\right]=0 \end{cases}$

$g(x) \Rightarrow \underbrace{x-[x]}_{0\leq x-[x]<1} \Rightarrow$ ۰ یا مثبت $\Rightarrow [x-[x]]=0 \Rightarrow$ مساوی هستند

ب) $f(x)=\dfrac{1}{[2x]} \Rightarrow [2x]\neq 0 \Rightarrow D_f=R-[0,\frac{1}{2})$

$g(x)=\dfrac{1}{2[x]} \Rightarrow [x]\neq 0 \Rightarrow D_g=R-[0,1) \Rightarrow D_f\neq D_g \Rightarrow$ مساوی نیستند

ج) $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x-|x|}} \Rightarrow x-|x|>0 \Rightarrow$ امکان پذیر نیست $\Rightarrow D_f=\varnothing$

$g(x)=\dfrac{1}{\sqrt{|x|-x}} \Rightarrow |x|-x>0 \Rightarrow D_g=R^- \Rightarrow D_f\neq D_g \Rightarrow$ مساوی نیستند

د) $f(x)=\begin{cases} \dfrac{x^3-x}{x-1} ; & x\neq 1 \\ 2 ; & x=1 \end{cases} , \; g(x)=x^2+x \Rightarrow g(1)=f(1)=2 , \; f(x\neq 1)=x(x+1)=\dfrac{x(x-1)(x+1)}{(x-1)} , \; g(x\neq 1)=x^2+x=x(x+1) =$ مساوی هستند

۳-

(۲)

$\begin{cases} f(x)+g(x)=x^2+x+1 \\ -f(x)-g(x)=x^2-x+1 \end{cases}$

$2g(x)=2x \Rightarrow g(x)=x \Rightarrow$

$f(x)+x=x^2+x+1=x^2+1$

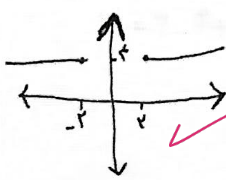
$\Rightarrow f^2(x)-g^2(x)=(x^2+1)^2-x^2=x^4+1+x^2$

۴-

(۲)

$f\times g=(x-\sqrt{x^2-4})(x+\sqrt{x^2+4})=x^2-(x^2-4)=4$

$D_f=D_g=(-\infty,-2]\cup[2,+\infty)$



۵-

$f(x)=\frac{ax+2}{x^2-mx+n} \Rightarrow (x+1)(x-\frac{5}{2})= x^2-\frac{3}{2}x-\frac{5}{2} \Rightarrow m=\frac{3}{2}, n=-\frac{5}{2}$

$2x-5=0 \Rightarrow x=\frac{5}{2}$, $x+1=0 \Rightarrow x=-1$

$g(x)=\frac{x-b}{2x^2-3x-5} \Rightarrow 2x^2-3x-5\neq 0 \Rightarrow (2x-5)(x+1)\neq 0 \Rightarrow D_g=R-\{-1,\frac{5}{2}\}$

(۲)

$\frac{ax+2}{x^2-\frac{3}{2}x-\frac{5}{2}}=\frac{x-b}{2x^2-3x-5} \Rightarrow 2ax+4=x-b \overset{x=0}{\Rightarrow} b=-4$

$2ax+4=x-b \overset{x=1}{\Rightarrow} 2a+4=1+4=5 \Rightarrow a=\frac{1}{2}$

$\Rightarrow am-bn=\frac{1}{2}\times\frac{3}{2}-(-\frac{5}{2}\times(-4))=-\frac{37}{4}$

۶-

$\frac{bx+2}{8x+b}=c \Rightarrow bx+2=8cx+bc \begin{cases} c=\frac{1}{2} \\ b=\pm 4 \end{cases}$

$ad=bc \Rightarrow b^2=16=\pm 4$

(۲)

$8x+4\neq 0 \Rightarrow 4(2x+1)\neq 0 \Rightarrow x\neq -\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{ab}{c}=\frac{(-\frac{1}{2})\times 4}{\frac{1}{2}}=-4$

$8x-4\neq 0 \Rightarrow 4(2x-1)\neq 0 \Rightarrow x\neq \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{ab}{c}=\frac{(-\frac{1}{2})\times(-4)}{\frac{1}{2}}=4$

۷-

$2f=\{(-1,4),(2,8),(3,-4),(0,1)\} \Rightarrow f=\{(-1,2),(2,4),(3,-2),(0,\frac{1}{2})\} \Rightarrow$

(۲)

$\frac{2g}{fg}$: $x=-1 \Rightarrow \frac{-8}{-2}=4$ ، $x=2 \Rightarrow \frac{8}{8}=1$ ، $x=3 \Rightarrow \frac{12}{4}=3$ $\Rightarrow$ برد $R=4,1,3$

۸-

(۲)

$f=\{(2,a),(-3,3a-2b),(c,5),(2,d)\} \Rightarrow a=d$

$g=\{(2,-1),(-3,1),(a-3b,5)\}$

$\Rightarrow a=-1=d \Rightarrow 3(-1)-2b=1 \Rightarrow b=-2 \Rightarrow$

$-1-3(-2)=c \Rightarrow c=5$

$\Rightarrow d+c=-1+5=4$

۹-

$-(x^2-x+m)\geq 0 \Rightarrow$ مربع کامل (چون یک جواب دارد) $\Rightarrow \sqrt{-(x-a)^2} \Rightarrow -x^2+2ax-a^2=-x^2+x-m \Rightarrow 2a=1 \Rightarrow a=\frac{1}{2} \Rightarrow b=0 \Rightarrow$

$-a^2=-m \Rightarrow m=\frac{1}{4}$

(۲)

$a+b=\frac{1}{2}+0=\frac{1}{2}$

۱۰-

$x=0 \Rightarrow \frac{2}{-c}=\frac{a}{b} \Rightarrow 2b=-ac$

$\frac{2}{x-c}=\frac{2(x+\frac{a}{2})}{(x-c)(x+\frac{a}{2})} \Rightarrow \frac{a}{2}-c=6 \Rightarrow a-2c=12$

(۲)

$D_f=D_g \Rightarrow R-\{c,-\frac{a}{2}\}=R-\{c\} \Rightarrow c=-\frac{a}{2} \Rightarrow a=-2c \Rightarrow -2c-2c=12 \Rightarrow -4c=12 \Rightarrow c=-3 \Rightarrow$

$a=6, b=9 \Rightarrow a+b+c=6+9-3=12$