ریحانه مجبی — دهم تجربی — ۲۰

(۱)

(۲)

الف) $t_n = 3n^2 - 1$

جمله اول: $t_1 = 3(1)^2 - 1 = 3(1) - 1 = 3 - 1 = \boxed{2}$

جمله دوم: $t_2 = 3(2)^2 - 1 = 3(4) - 1 = 12 - 1 = \boxed{11}$

جمله سوم: $t_3 = 3(3)^2 - 1 = 3(9) - 1 = 27 - 1 = \boxed{26}$

جمله چهارم: $t_4 = 3(4)^2 - 1 = 3(16) - 1 = 48 - 1 = \boxed{47}$

جمله پنجم: $t_5 = 3(5)^2 - 1 = 3(25) - 1 = 75 - 1 = \boxed{74}$

ب) $\frac{2n+1}{n+4}$

جمله اول: $t_1 = \frac{2(1)+1}{1+4} = \frac{2+1}{1+4} = \boxed{\frac{3}{5}}$

جمله دوم: $t_2 = \frac{2(2)+1}{2+4} = \frac{4+1}{2+4} = \boxed{\frac{5}{6}}$

جمله سوم: $t_3 = \frac{2(3)+1}{3+4} = \frac{6+1}{3+4} = \frac{7}{7} = \boxed{1}$

جمله چهارم: $t_4 = \frac{2(4)+1}{4+4} = \frac{8+1}{4+4} = \boxed{\frac{9}{8}}$

جمله پنجم: $t_5 = \frac{2(5)+1}{5+4} = \frac{10+1}{5+4} = \boxed{\frac{11}{9}}$

(۲) (س)

الف) $t_n = \frac{(-1)^n}{\sqrt{n^2+3}} \rightarrow t_{13} = \frac{(-1)^{13}}{\sqrt{13^2+3}} = \boxed{\frac{-1}{4}}$

$\sqrt{13^2+3} = \sqrt{16} = 4$

ب) $t_n = 2n - \left[\frac{n}{4}\right]$

$t_{13} = 2(13) - \left[\frac{13}{4}\right]$

$26 \quad 3/25 \simeq 3$

$t_{13} = 26 - 3 = \boxed{23}$

(۳) (س)

الف) $t_n = 2n - 10 \rightarrow t_n < 0$

$n = 1 \rightarrow 2(1) - 10 = 2 - 10 = -8$

$n = 2 \rightarrow 2(2) - 10 = 4 - 10 = -6$

$n = 3 \rightarrow 2(3) - 10 = 6 - 10 = -4$

$n = 4 \rightarrow 2(4) - 10 = 8 - 10 = -2$

$\rightarrow$ ۴ جمله منفی است

ب) $t_n = n^2 - 14n + 40 \rightarrow t_n < 0$

$n^2 - 14n + 40 < 0$

$(n-4)(n-10) = 0 \rightarrow$ ریشه‌ها $n_1 = 4, n_2 = 10$

$4 < n < 10$

$n = \{5, 6, 7, 8, 9\} \Rightarrow$ ۵ جمله منفی است

(۴)

الف) $t_n = 2n - 14$

$n = 1 \rightarrow 2(1) - 14 = 2 - 14 = -12$

$n = 2 \rightarrow 2(2) - 14 = 4 - 14 = -10$

$n = 3 \rightarrow 2(3) - 14 = 6 - 14 = -8$

$n = 4 \rightarrow 2(4) - 14 = 8 - 14 = -6$

$n = 5 \rightarrow 2(5) - 14 = 10 - 14 = -4$

$n = 6 \rightarrow 2(6) - 14 = 12 - 14 = -2$

$n = 7 \rightarrow 2(7) - 14 = 14 - 14 = 0$

$n = 8 \rightarrow 2(8) - 14 = 16 - 14 = 2$

۱ جمله نامثبت

ب) $t_n = n^۲ - ۱۲n + ۲۷ \to n^۲ - ۱۲n + ۲۷ \leq ۰$ $\qquad ۳ \leq n \leq ۹$

$t_n \leq ۰ \qquad (n-۳)(n-۹) \leq ۰ \xrightarrow{\text{ریشه}} n_۱ = ۳ ,\ n_۲ = ۹ \qquad n = \{۳, ۴, ۵, ۶, ۷, ۸, ۹\}$

۷ تا جمله نامثبت

---

۵) $t_۴ = ۷$, $t_۹ = ۲۲$

$-۲, ۱, ۴, ۷, ۱۰, ۱۳, ۱۶, ۱۹, ۲۲$ (−۳, −۳, −۳, +۳, +۳, +۳, +۳)

$\boxed{t_۳ = ۴}$

$d = \frac{۲۲ - ۷}{۴ + ۱} = \frac{۱۵}{۵} = ۳$

---

۶) الف) $t_n = n^۲ - ۶n + ۲ \to n = \frac{-b}{۲a}$ $\quad n$ رأس $= -\frac{-۶}{۲(۱)} = \frac{۶}{۲} = ۳$

کمترین: $t_۳ = (۳)^۲ - ۶(۳) + ۲ = ۹ - ۱۸ + ۲ = \boxed{-۷}$

ب) $t_n = n^۲ + ۴n + ۱ \to n = \frac{-b}{۲a}$ $\quad n$ رأس $= -\frac{۴}{۲(۱)} = -۲$

$t_۱ = (۱)^۲ + ۴(۱) + ۱ = ۱ + ۴ + ۱ = \boxed{۶}$ $\qquad$ اعداد طبیعی $n = ۱$

---

۷) $t_n = -۴, -۷, -۸, -۷, -۴, \ldots$

$۲a = ۲ \to a = ۱$

برای $n = ۱$: $t_۱ = (۱)^۲ + b(۱) + c = -۴$

$۱ + b + c = -۴$

$b + c = -۵$

برای $n = ۲$: $t_۲ = (۲)^۲ + b(۲) + c = -۷$

$۴ + ۲b + c = -۷ \to ۲b + c = -۱۱$

$(۲b + c) - (b + c) = -۱۱ - (-۵)$

$b = -۱۱ + ۵ = -۶$

$\Downarrow$

$c = ۱$

$t_n = n^۲ - ۶n + ۱$

$t_{۱۰} = ۱۰۰ - ۶۰ + ۱ \to \boxed{t_{۱۰} = ۴۱}$

---

۸) $t_n = -۶, -۱, ۸, ۲۱, \ldots$ (+۵, +۹, +۱۳) (+۴, +۴) دنباله درجه ۲

$a_n = an^۲ + bn + c$

$a + b + c = -۶ \to \boxed{c = -۷}$

$۳a + b = ۵ \to \boxed{b = -۱}$

$۲a = ۴ \to \boxed{a = ۲}$

$\to \boxed{a_n = ۲n^۲ - n - ۷}$

---

۹) $[۲a+۱, +\infty) \cap (-\infty, a+۴] = [۲a+۱, a+۴]$

$۲a + ۱ \leq a + ۴$

$۲a - a + ۱ \leq ۴$

$a + ۱ \leq ۴$

$a \leq ۴ - ۱$

$\boxed{a \leq ۳}$

---

۱۰) الف) $t_n = ۳a \to ۳, ۶, ۹, ۱۲, \ldots, ۹۹ \to \frac{۹۹ - ۳}{۳} + ۱ = \boxed{۳۳}$

ب) $t_n = ۵a \to ۵, ۱۰, ۱۵, \ldots, ۱۰۰ \to \frac{۱۰۰ - ۵}{۵} + ۱ = \boxed{۲۰}$

ج) $t_n = ۱۵a \to ۱۵, ۳۰, ۴۵, \ldots, ۹۰ \to \frac{۹۰ - ۱۵}{۱۵} + ۱ = \boxed{۶}$

مجموعه $= \{۱, ۲, ۳, \ldots, ۱۰۰\}$ $\qquad (۳۳ + ۲۰) - ۶ = \boxed{۴۷}$ د)

$۳, ۶, ۹, ۱۲, (۱۵), \ldots, ۹۹$ ← ۳۳ تا

$۵, ۱۰, (۱۵), \ldots, ۱۰۰ \to$ ۲۰ تا

$۱۵, ۳۰, ۴۵, \ldots, ۹۰ \to$ ۶ تا