((به نام خدا))

۲۰

نام و نام خانوادگی ......نیلوفر ارغوانیان...... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..۲۰.. کلاس ......دهم ریاضی......

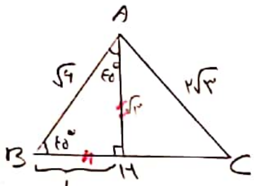
۱

الف) $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}+\left(\frac{-\sqrt{3}}{2}\right)\right)\left(\frac{\sqrt{2}}{2}-\left(\frac{-\sqrt{3}}{2}\right)\right) = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2-\left(\frac{-\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \frac{2}{4}-\frac{3}{4} = \frac{-1}{4}$

ب) $\frac{1+3\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2}{4\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2+2\left(\frac{-\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{\cancel{2}}{\cancel{2}\left(2\left(\frac{3}{4}\right)+\frac{1}{2}\right)} = \frac{1}{\frac{4}{2}} = \frac{1}{2}$

۲

الف)



$\Rightarrow AH^2+HC^2=AC^2$

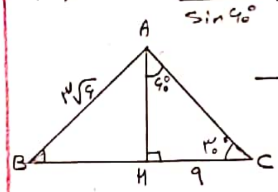
$3+HC^2=12$

$HC=3$

$\sqrt{6}\times\sin 45 = \sqrt{3} \Rightarrow AH=\sqrt{3}$

AHB متساوی الساقین

ب) $\frac{HC}{\sin 60^\circ} = AC \to \frac{9}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 6\sqrt{3}$



$\to$ ضلع مقابل به 30° نصف وتر $\Rightarrow \frac{6\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3} = AH$

$\to AB\times\sin B = AH \to 3\sqrt{6}\times\sin B = 3\sqrt{3}$

$\to \sin B = \frac{\sqrt{2}}{2} \longrightarrow B=45^\circ$

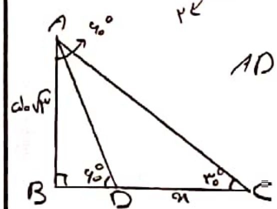
B حاده است چون یکی از زوایای AHB است

۳

الف)

$50\sqrt{3}\times\frac{1}{\sin 30^\circ} = AC = 100\sqrt{3} \to BC = AC\times\sin 60^\circ$

$= 100\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2} = 150$



$AD = 50\sqrt{3}\times\frac{1}{\sin 60^\circ} = 100 \to 100\times\sin 30^\circ$

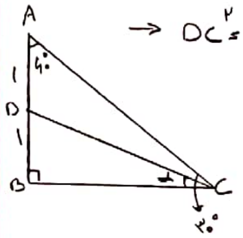
$= 50 = BD$

$\to DC = BC-BD = x$

$= 150-50 = 100 = x$

ب)

$\tan 60^\circ\times AB = BC \to \sqrt{3}\times 2 = 2\sqrt{3} = BC$

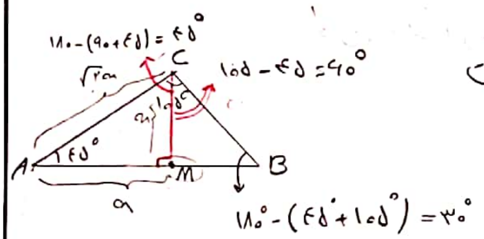


$\to DC^2 = (2\sqrt{3})^2+1^2 = 13$ (BC^2+BD^2)

$\to DC = \pm\sqrt{13}$ (غ ق ق طول) $\to \sin\alpha = \frac{\text{مقابل}}{\text{وتر}} = \frac{BD}{DC} = \frac{1}{\sqrt{13}}$

$\to \sin\alpha = \frac{\sqrt{13}}{13}$

۴



ابتدا CM را برابر x فرض کرده و اضلاع را برحسب آن نوشتم

$\triangle AMC$ متساوی‌الساقین است (قائم الزاویه) $\Rightarrow AM = CM = x \to AC\times\sin 45^\circ = CM$

$\Rightarrow AC = \sqrt{2}x$

$\frac{BM}{CM} = \tan 60^\circ = \sqrt{3} \Rightarrow BM = \sqrt{3}x \Rightarrow AB = BM+AM = x(1+\sqrt{3})$

$\Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{\cancel{x}(1+\sqrt{3})}{\sqrt{2}\cancel{x}} = \boxed{\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{2}}$

۵

$S_{\text{مثلث}} = \frac{1}{2}ab\sin\alpha$ (زاویه بین) $\Rightarrow$ B در امتداد نقطه، $\hat{B}_2$ و $\hat{B}_1$ در راستا، زوایای متقابل به راس هستند و برابرند

$\Rightarrow S_{A\hat{B}E} = \frac{1}{2}\times2\times4\times\sin\hat{B}_1$

$S_{B\hat{C}D} = \frac{1}{2}\times6\times3\times\sin\hat{B}_2$ ($=\sin\hat{B}_1$)

$\Rightarrow \frac{S_{A\hat{B}E}}{S_{B\hat{C}D}} = \frac{\cancel{\frac{1}{2}}\times2\times4\times\cancel{\sin\hat{B}_1}}{\cancel{\frac{1}{2}}\times3\times6\times\cancel{\sin\hat{B}_1}} = \frac{4}{9}$

راه ۲: دو مثلث متشابه‌اند و $k = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ ← نسبت تشابه، نسبت مساحت‌ها $k^2 = \frac{4}{9}$ است

۶

الف) مساحت متوازی الاضلاع بر حسب اضلاع : ضلع × ضلع × $\sin$ (زاویه بین) $\longrightarrow S = 3\times 4 \times \underbrace{\sin 120^\circ}_{\frac{\sqrt3}{2}} = 6\sqrt3$ واحد²

ب) مساحت چهارضلعی بر حسب قطرها : $\frac12$ × قطر × قطر × $\sin$ (زاویه بین دو قطر) $\longrightarrow S = 3\times 4\times \frac12 \times \underbrace{\sin 120^\circ}_{\frac{\sqrt3}{2}} = 3\sqrt3$ واحد²

۷

اگر θ زاویه خط با جهت + محور x ها باشد $\Rightarrow \tan\theta =$ شیب خط $= \frac{\Delta y}{\Delta x} \longrightarrow$ شیب خط $= \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} = \frac{4-2}{3-(-1)} = \frac12 = \tan\theta \longrightarrow 1+\tan^2\theta = \frac{1}{\cos^2\theta}$

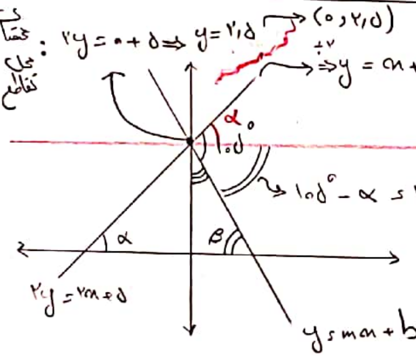
$\longrightarrow 1+\frac14 = \frac54 = \frac{1}{\cos^2\theta} \rightarrow \cos^2\theta = \frac45 \xrightarrow[\text{در ربع اول}]{\theta\ \text{حاده است}} \cos\theta = \cancel{\pm}\sqrt{\frac45} = \frac{2\sqrt5}{5}$

اما اگر θ زاویه با محور x ها باشد $\rightarrow$ زاویه با جهت + محور x برابر: $\pi-\theta \Rightarrow$ شیب خط $= \tan(\pi-\theta) = -\tan\theta \Rightarrow \tan\theta = -\frac12 \rightarrow \dots \rightarrow \cos\theta = \pm\sqrt{\frac45} = -\frac{2\sqrt5}{5}$

۸

محل تقاطع: $2y = 0+5 \Rightarrow y = 2/5 \rightarrow (0, 2/5)$

$\Rightarrow y = x + 2/5 \longrightarrow$ شیب $= 1 \Rightarrow \tan\alpha = 1 \Rightarrow \alpha = 45^\circ \longrightarrow$ خط موازی محور x ها از محل تقاطع رسم می‌کنم.



$105^\circ - \alpha = 105^\circ - 45^\circ = 60^\circ \Rightarrow \beta = 60^\circ \longrightarrow$ زاویه خط با محور x ها جهت + : $180 - 60 = 120^\circ \longrightarrow$ شیب خط $= m = \tan 120^\circ = -\sqrt3$

$y = mx+b \longrightarrow y = -\sqrt3 x + b \xrightarrow[(0, 2/5)]{\text{خط از}} \frac52 = (-\sqrt3)(0) + b \Rightarrow b = \frac52$ (عرض از مبدأ) $\rightarrow mb = \frac{-5\sqrt3}{2}$

۹

$f(x) = \cos(\pi + x) + \sin(\frac{\pi}{2} - x) - \tan(\frac{3\pi}{2} + x)$

$= -\cos(x) + \cos(x) - (-\cot(x)) = \cot(x) \Longrightarrow f(\frac{5\pi}{6}) = \cot(\underbrace{\frac{5\pi}{6}}_{150^\circ}) = -\sqrt3$

۱۰

$\frac{\sin(\frac{17\pi}{2}+x) + \cos(\frac{15\pi}{2}-x)}{\cos(3\pi+x) - \sin(6\pi - x)} = \frac{\sin(\frac{\pi}{2}+x) + \cos(\frac{3\pi}{2}-x)}{\cos(\pi+x) - \underbrace{\sin(-x)}_{=-\sin x}} = \frac{\cos(x) - \sin(x)}{-\cos(x) + \sin(x)} = -1$

$\frac{17\pi}{2} = 8\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow$ معادل $\frac{\pi}{2}$ (۴ دور)

$\frac{15\pi}{2} = 7\pi + \frac{\pi}{2} = 6\pi + \frac{3\pi}{2} \Rightarrow$ معادل $\frac{3\pi}{2}$ (۳ دور)

$3\pi \longrightarrow$ معادل π ؛ $\pi + 2\pi$ یک دور

$6\pi \Rightarrow$ ۳ دور $\Rightarrow$ معادل 0