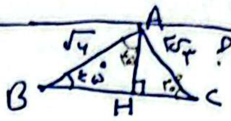
تکلیف شماره ۲۰ — کلاس دهم دختر C — بها رستمی

۱- الف) $(\sin ۱۳۵° + \sin ۳۰۰°)(\cos ۳۱۵° - \cos ۱۵۰°) = \left(\frac{\sqrt{۲}}{۲} + \left(-\frac{\sqrt{۳}}{۲}\right)\right)\left(\frac{\sqrt{۲}}{۲} + \frac{\sqrt{۳}}{۲}\right)$

$\frac{(\sqrt{۲} - \sqrt{۳})}{۲} \times \frac{(\sqrt{۲} + \sqrt{۳})}{۲} = \boxed{\frac{-۱}{۴}}$

ب) $\frac{۱ + ۳\overbrace{\tan^۲ ۲۱۰}^{\frac{۱}{۳}}}{\underbrace{۲\cos^۲ ۳۳۰°}_{\frac{۳}{۴}} + \underbrace{۲\cos^۲ ۲۲۵°}_{\frac{۱}{۲}}} = \frac{۱+۱}{۳+۱} = \frac{۲}{۴} = \boxed{\frac{۱}{۲}}$

۲- الف) HC؟



$\tan ۴۵° = ۱ \Rightarrow AH = BH = x$ ادامه ←

فیثاغورس $x^۲ + x^۲ = (\sqrt{۶})^۲ \Rightarrow x = \sqrt{۳}$

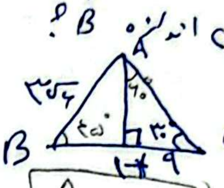
$AH = \sqrt{۳}$ ، $AC = ۲\sqrt{۳}$

$\frac{AH}{AC} = \frac{\sqrt{۳}}{۲\sqrt{۳}} = \frac{۱}{۲}$

$\Rightarrow \sin ۳۰° = \frac{۱}{۲} \Rightarrow \hat{C} = ۳۰$

$\tan ۳۰° = \frac{\sqrt{۳}}{۳} = \frac{AH}{HC} = \frac{\sqrt{۳}}{HC} \Rightarrow \boxed{HC = ۳}$

ب) اندازه $\hat{B}$؟

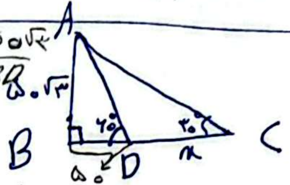


$\tan ۳۰° = \frac{\sqrt{۳}}{۳} = \frac{AH}{۹}$

$\Rightarrow AH = ۳\sqrt{۳}$

$\frac{AH}{AB} = \sin \hat{B} = \frac{۳\sqrt{۳}}{۳\sqrt{۶}} = \frac{\sqrt{۲}}{۲} \Rightarrow \boxed{\hat{B} = ۴۵°}$

۳- الف) x؟



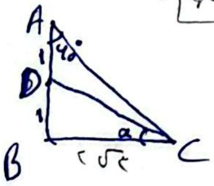
$\tan ۶۰° = \sqrt{۳} = \frac{AB}{BD} = \frac{۵۰\sqrt{۳}}{BD}$

$\Rightarrow BD = ۵۰$

$\tan ۳۰° = \frac{\sqrt{۳}}{۳} = \frac{AB}{BC} = \frac{۵۰\sqrt{۳}}{x + ۵۰} \Rightarrow ۱۵۰ = x + ۵۰$

$\Rightarrow \boxed{x = ۱۰۰}$

ب) $\sin \alpha$؟

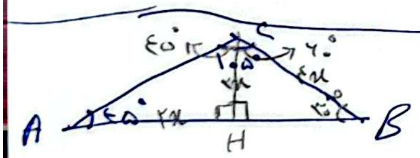


$\tan ۶۰° = \sqrt{۳} = \frac{BC}{AB} = \frac{BC}{۲} \Rightarrow BC = ۲\sqrt{۳}$

فیثاغورس $BD^۲ + BC^۲ = DC^۲ \Rightarrow DC = \sqrt{۱۳}$

$\sin \alpha = \frac{\overset{\text{مقابل به وتر}}{BD}}{\underset{\text{به وتر}}{DC}} = \frac{۱}{\sqrt{۱۳}} = \boxed{\frac{\sqrt{۱۳}}{۱۳}}$

۴- $\frac{AB}{AC}$؟



$\sin ۳۰° = \frac{۱}{۲} = \frac{CH}{CB} \Rightarrow CH = ۲x$

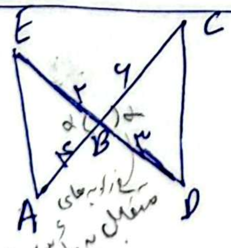
$CB = ۴x$ فرض می‌کنیم.

$\tan ۴۵° = ۱ \Rightarrow CH = AH = ۲x \Rightarrow$ (فیثاغورس : $AH^۲ + CH^۲ = AC^۲ \Rightarrow \underline{AC = ۲\sqrt{۲}\, x}$

$AB \Rightarrow \tan ۶۰° = \sqrt{۳} = \frac{BH}{CH} = \frac{BH}{۲x} \Rightarrow BH = ۲\sqrt{۳}\, x$ $\quad AH + BH = \underline{(۲ + ۲\sqrt{۳})x} = AB$

$\frac{AB}{AC} = \frac{(۲ + ۲\sqrt{۳})x}{۲\sqrt{۲}\, x} = \frac{۲(۱ + \sqrt{۳})}{۲\sqrt{۲}} = \boxed{\frac{۱ + \sqrt{۳}}{\sqrt{۲}}} = \boxed{\frac{\sqrt{۲} + \sqrt{۶}}{۲}}$

۵- $\frac{S_{A\hat{B}E}}{S_{B\hat{C}D}} = ?$



زاویه‌های مقابل به راس باهم برابرند.

$\frac{S_{A\hat{B}E}}{S_{B\hat{C}D}} = \frac{AB \times BE \times \sin\alpha \times \frac{۱}{۲}}{BD \times BC \times \sin\alpha \times \frac{۱}{۲}} = \frac{AB \times BE}{BD \times BC} = \frac{۴ \times ۲}{۳ \times ۶}$

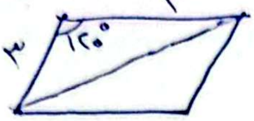
$= \boxed{\frac{۴}{۹}}$

۶- مساحت؟

$\sin ۶۰ = \frac{\sqrt{۳}}{۲}$

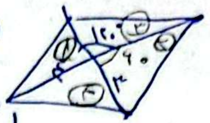
$\sin ۱۲۰ = \frac{\sqrt{۳}}{۲}$

الف)



$۴ \times ۳ \times \sin ۱۲۰° = ۴ \times ۳ \times \frac{\sqrt{۳}}{۲} = \boxed{۶\sqrt{۳}}$

ب)



(رسم دو قطر)

$$۴ \times (\underbrace{\frac{۳}{۲} \times \frac{۴}{۲} \times \frac{\sqrt{۳}}{۲} \times \frac{۱}{۲}}_{\text{مساحت هر مثلث}}) =$$

$$۴ \times \frac{۳\sqrt{۳}}{۴} = \boxed{۳\sqrt{۳}}$$

۷- $\cos\theta$ ؟

$Q(۳,۴)$

$P(-۱,۲)$

$a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{۲}{۴} = \frac{۱}{۲}$

a که شیب خط است برابر با تانژانت زاویه θ است

که خط با جهت مثبت محور x‌ها می‌سازد.

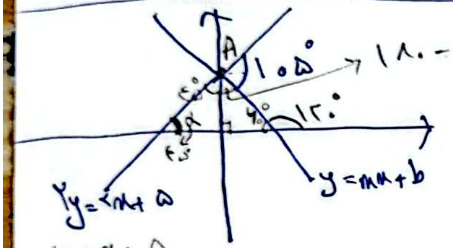
$\tan\theta = \frac{۱}{۲}$

زاویه حاده است.

$$\sin^۲\theta + \cos^۲\theta = ۱ \xRightarrow{\div\cos^۲\theta} \tan^۲\theta + ۱ = \frac{۱}{\cos^۲\theta} \Rightarrow \cos^۲\theta = \frac{۴}{۵} \Rightarrow \cos\theta = \pm \frac{۲}{\sqrt{۵}}$$

$$\Rightarrow \cos\theta = \boxed{\frac{۲\sqrt{۵}}{۵}}$$

۸- mb ؟



$\rightarrow ۱۸۰ - (۱۰۵ + ۴۵) = ۳۰$

$y = x + \frac{۵}{۲}$

$\tan\alpha = ۱ \Rightarrow \alpha = ۴۵°$

$A(۰, ۲٫۵)$

$y = mx + b$

$m = \tan ۱۲۰° = -\sqrt{۳}$, $A(۰, ۲٫۵)$

$\frac{۵}{۲} = -\sqrt{۳} \times \underbrace{۰}_{۰} + b \Rightarrow b = \frac{۵}{۲} = ۲٫۵$

$mb = -\sqrt{۳} \times \frac{۵}{۲} = \boxed{-\frac{۵\sqrt{۳}}{۲}} = \boxed{-۲٫۵\sqrt{۳}}$

۹- $f(\frac{۵\pi}{۶}) = ?$

$$f(x) = \underbrace{\cos(\pi + x)}_{-\cos x} + \underbrace{\sin(\frac{\pi}{۲} - x)}_{+\cos x} - \tan(\frac{۳\pi}{۲} + x)$$

$$-\cos x + \cos x - (-\cot x) = \cot x$$

$$f(x) = \cot x = \cot(\frac{۵\pi}{۶}) = \boxed{-\sqrt{۳}}$$

۱۰-

$$\frac{\sin(\frac{۱۷\pi}{۲} + x) + \cos(\frac{۱۵\pi}{۲} - x)}{\cos(۳\pi + x) - \sin(۶\pi - x)} = \frac{\sin(\frac{\pi}{۲} + x) + \cos(\frac{۳\pi}{۲} - x)}{\cos(\pi + x) - \sin(-x)}$$

$$= \frac{\cos x - \sin x}{-\cos x + \sin x} = \frac{\cos x - \sin x}{-(\cos x - \sin x)} = \boxed{-۱}$$