نگار رفیعی — بنام آفریدگار خورشید — دهم پنجشنبه دختر

۱۹٫۵

۱- $7\times 6=42$ در $(1!+3!+5!+\dots+25!)\,(2!+4!+6!+\dots+26!)$

$\underbrace{1!+3!}_{1+6=7}+\underbrace{5!+\dots+25!}_{\text{یکان}=0}$ ، $\underbrace{2!+4!}_{2+24=26}+\underbrace{6!+\dots+26!}_{\text{یکان}=0}$

له رقم یکان $=2$

۲

۲- الف) $\sqrt[4]{\dfrac{1}{4+\sqrt7}}\times\sqrt[4]{(1+\sqrt7)^2}=\sqrt[4]{\dfrac{1}{4+\sqrt7}\times\dfrac{2(\cancel{8+2\sqrt7})}{2}}=\sqrt[4]{2}$

۲

ب) $\dfrac{\sqrt{2+\cancel{\sqrt5}}}{\sqrt2(\cancel{\sqrt5+\sqrt2})}\left(\sqrt{3-\sqrt5}-\sqrt{3+\sqrt5}\right)=\dfrac{\left(\sqrt{3-\sqrt5}-\sqrt{3+\sqrt5}\right)\sqrt2}{\sqrt2\times\sqrt2}\quad\dfrac{\sqrt2}{2}\left(\sqrt{3-\sqrt5}-\sqrt{3+\sqrt5}\right)$

$\sqrt{\dfrac{6-2\sqrt5}{2}}-\sqrt{\dfrac{6+2\sqrt5}{2}}=\longrightarrow\dfrac{(\sqrt5-1)-(\sqrt5+1)}{2}=\dfrac{-2}{2}=-1$

۳- الف) $\dfrac{(2\sqrt2+3\sqrt3)(5+\sqrt6)}{(5-\sqrt6)(5+\sqrt6)}=\dfrac{10\sqrt2+6\sqrt3+15\sqrt3+9\sqrt2}{25-6=19}=\dfrac{\cancel{19}(\sqrt2+\sqrt3)}{\cancel{19}}=\sqrt2+\sqrt3$

$2(\sqrt[4]{9}-1)^{-1}\longrightarrow 2(\sqrt3-1)^{-1}=\dfrac{2(\sqrt3+1)}{\underbrace{(\sqrt3-1)(\sqrt3+1)}_{3-1=2}}=\dfrac{\cancel2(\sqrt3+1)}{\cancel2}=\sqrt3+1\quad \sqrt2+\sqrt3-(\sqrt3+1)$

~~له $\sqrt2-1$ جواب~~

ب) $\dfrac{(3\sqrt3-1)(4-\sqrt3)}{(4+\sqrt3)(4-\sqrt3)}=\dfrac{(3\sqrt3-1)(4-\sqrt3)}{\cancel{16-3}\,13}=\dfrac{12\sqrt3-9-4+\sqrt3}{13}=\dfrac{\cancel{13}(\sqrt3-1)}{\cancel{13}}\longrightarrow\sqrt3-1$

۲

$(2-\sqrt3)^{-1}=\dfrac{1}{2-\sqrt3}\times\dfrac{2+\sqrt3}{2+\sqrt3}=\dfrac{2+\sqrt3}{\cancel{4-3}\,1}=2+\sqrt3\longrightarrow \sqrt3-1+2+\sqrt3=1+2\sqrt3$

۴- الف) $\left(\dfrac{\sqrt{1+\sqrt3}+\sqrt{\sqrt3-1}}{\sqrt{\sqrt3-\sqrt2}}\right)^2=\dfrac{\cancel1+\sqrt3+\sqrt3\cancel{-1}+2\sqrt{\overbrace{(\sqrt3+1)(\sqrt3-1)}^{3-1=2}}}{\sqrt3-\sqrt2}=\dfrac{2(\sqrt2+\sqrt3)}{\sqrt3-\sqrt2}\times\dfrac{\sqrt3+\sqrt2}{\sqrt3+\sqrt2}$ ، $\underbrace{}_{3-2=1}$

$2(\sqrt2+\sqrt3)^2=4+6+4\sqrt6=10+4\sqrt6$

$\sqrt{10+4\sqrt6}=\sqrt{(2+\sqrt6)^2}=2+\sqrt6\longrightarrow \cancel2+\sqrt6-\cancel2=\sqrt6$

ب) $2^{\frac{8}{12}}\Rightarrow \cancel{2^{\frac{2}{3}}}\times 3\times 2^{\frac14}\times 2\times\cancel{2^{\frac{1}{12}}}=2^{\frac{12}{12}}\times 6=12$

۲

۵- $\frac{۳^{x}\overbrace{(۱+۳+۹+۲۷+۸۱+۲۴۳)}^{\cancel{۳۶۴}}}{۲^{x-۲}\underbrace{(۱+۲+۴+۸+۱۶+۳۲)}_{\cancel{۶۳}}} = \cancel{۵۴} \to \frac{۳^{x-۲}}{۲^{x-۲}} = ۱ \Rightarrow (\frac{۳}{۲})^{x-۲} = (\frac{۳}{۲})^{x} \times \frac{۴}{۹} = ۱$

$(\frac{۳}{۲})^{x} = \frac{۹}{۴} \to x=۲$

۲ ✓

۶- $((a-b)^{۲})^{۲}((a+b)^{۲})^{۲} = (a-b)^{۴}(a+b)^{۴} \to \underbrace{((a-b)(a+b))^{۴}}_{(a^{۲}-b^{۲})^{۴}}$

$((\sqrt{\sqrt{۶}+۲}-\sqrt{\sqrt{۶}-۲})^{۲})^{۴} = (\sqrt{۶}+\cancel{۲}+\sqrt{۶}-\cancel{۲}-۲\sqrt{۶-۴})^{۴} \to (۲\sqrt{۶}-۲\sqrt{۲})^{۲}$

$۲۴+۸-۱۶\sqrt{۳} = ۳۲-۱۶\sqrt{۳} = ۱۶(۲-\sqrt{۳}) \xrightarrow{۲\sqrt{۲}} t(۲-\sqrt{۳}) = ۱۶(۲-\sqrt{۳})$

$\to t=۱۶$

۲ ✓

۷- $a = \sqrt[۴]{۷-۴\sqrt{۳}} = \sqrt{۲-\sqrt{۳}}$ $\quad ((a+\frac{۱}{a})^{۲}-(\sqrt{۲})^{۲})^{۲} = (a^{۲}+\frac{۱}{a^{۲}}+\cancel{۲}-\cancel{۲})^{۲}$

$\frac{۱}{a^{۲}} = \frac{۱}{\underbrace{۲-\sqrt{۳}}_{۴-۳=۱}} \times \frac{۲+\sqrt{۳}}{۲+\sqrt{۳}} = ۲+\sqrt{۳} \to (۲+\cancel{\sqrt{۳}}+۲-\cancel{\sqrt{۳}})^{۲} \to ۴^{۲} = ۱۶ \to t=۲$

$\to ۲^{۴} = t^{۴}$

۲ ✓

۸- $A = ۲^{\frac{۶}{۱۵}} \times ۲^{\frac{۴}{۱۵}} \times ۲^{\frac{۲۰}{۱۵}} = ۲^{\frac{۳۰}{۱۵}} = ۲^{۲} = ۴$ $\quad (۲A)^{-\frac{۱}{۳}} = (\underbrace{۲(۴)}_{۲^{۳}})^{-\frac{۱}{۳}} = \frac{۱}{۲}$

۲ ✓

۹- $\sqrt[۷]{a} = ۲۷a^{\frac{۱۵}{۷}} \xrightarrow{\text{به توان ۷}} (\sqrt[۷]{a})^{۷} = (۳^{۳})^{۷} \times a^{\frac{۱۵}{۷}\times ۷} = a = ۳^{۲۱} \times a^{۱۵} \Rightarrow a^{-۱۴} = ۳^{۲۱} \to a^{-۱} = ۳^{\frac{۲۱}{۱۴}} = ۳^{\frac{۳}{۲}}$

$a^{-۱} = ۳\sqrt{۳} \to \frac{۱}{a} - ۳ = ۳\sqrt{۳}-۳ = ۳(\sqrt{۳}-۱) \to \frac{۳(\sqrt{۳}-۱)}{\underbrace{۱+\sqrt{۳}}_{۳-۱=۲}} \times \frac{\sqrt{۳}-۱}{\sqrt{۳}-۱} = \frac{۳(\overbrace{۳+۱-۲\sqrt{۳}}^{۴-۲\sqrt{۳}})}{۲} = \frac{۱۲-۶\sqrt{۳}}{۲} = \cancel{۲-۳\sqrt{۳}}$

۱.۵ ✓

$۶-۳\sqrt{۳}$

۱۰- $(\sqrt{x+a}-\sqrt{x-۴})(\sqrt{x+a}+\sqrt{x-۴}) \Rightarrow \cancel{x}+a-(\cancel{x}-۴) = a+۴$

$\sqrt{x+a}+\sqrt{x-۴} = \frac{a+۴}{۲} \to \frac{a+۴}{۲} - ۲ \Rightarrow \frac{a+\cancel{۴}-\cancel{۴}}{۲} = \frac{a}{۲}$

۲ ✓