آوین شیخان   دهم پنجشنبه   ۱

۱۸٫۲۵

۱- اگر عامل های ۵ و ۲ را باهم دارد پس یکان صفر و باید از ۱! تا ۴! محاسبه کنیم

$۱! + ۳! = ۱ + ۶ = ۷$

$۲! + ۴! = ۲ + ۲۴ = ۲۶$ → یکان $= ۶ \times ۷ = ۴۲$

۲

۲- الف) $\sqrt[۴]{(۴+\sqrt{۷})^{-۱} + (\sqrt{۷})^{۲}} = \sqrt[۴]{\frac{۱+۷+۲\sqrt{۷}}{۴+\sqrt{۷}}} = \sqrt[۴]{\frac{(۸+۲\sqrt{۷})}{۴+\sqrt{۷}}}$

$= \sqrt[۴]{۲}$

۲

ب) $\frac{\sqrt{۲}+\sqrt{۵}}{\sqrt{۱۰+۲} \times \sqrt{۱۰-۲}} \left(\sqrt{۳-\sqrt{۵}} - \sqrt{۳+\sqrt{۵}}\right) = \frac{\cancel{\sqrt{۲۰}} - ۲\sqrt{۲} + \cancel{\sqrt{۵۰}} - \cancel{۲\sqrt{۵}}}{۱۰-۴}$

$\Rightarrow \left(\frac{۳\sqrt{۲}}{۶}\right)\left(\sqrt{۳-\sqrt{۵}} - \sqrt{۳+\sqrt{۵}}\right) = \frac{\sqrt{۵}-۱-\sqrt{۵}-۱}{۲} = \frac{-۲}{۲} = -۱$

۳- الف) $\frac{۲\sqrt{۲}+۳\sqrt{۳}}{۵-\sqrt{۶}} \times \frac{(۵+\sqrt{۶})}{(۵+\sqrt{۶})} - ۲(\sqrt{۳}-۱)^{-۱} = \frac{۱۰\sqrt{۲} + \cancel{۴\sqrt{۳}} + \cancel{۱۵\sqrt{۳}} + ۹\sqrt{۲}}{\cancel{۲۵-۶}}$ (۱۹√۳ / ۱۹)

۲

$-۲(\sqrt{۳}-۱)^{-۱} = \sqrt{۲}+\sqrt{۳} - \frac{۲(\sqrt{۳}+۱)}{(\sqrt{۳}-۱)(\sqrt{۳}+۱)} = \sqrt{۲}+\sqrt{۳} - \left(\frac{\cancel{۲\sqrt{۳}+۲}}{۲}\right) = \sqrt{۲}-۱$

ب) $\frac{۳\sqrt{۳}-۱(۴-\sqrt{۳})}{۴+\sqrt{۳}(۴-\sqrt{۳})} + (۲-\sqrt{۳})^{-۱} = \frac{۱۲\sqrt{۳}-۹-۴+\sqrt{۳}}{۱۶-۳} = \sqrt{۳}-۱+$ (۱۳√۳ − ۱۳ / ۱۳)

۱٫۷۵

$\frac{۱(۲+\sqrt{۳})}{(۲-\sqrt{۳})(۲+\sqrt{۳})} = \sqrt{۳}-۱ + \frac{۲+\sqrt{۳}}{۴-۳} = ۱+۲\sqrt{۳}$

۴- الف) $\frac{\sqrt{۱+\sqrt{۳}} + \sqrt{\sqrt{۳}-۱}}{\sqrt{\sqrt{۳}-\sqrt{۲}}} - ۲ = \sqrt{۶}+۲-۲ = \sqrt{۶}$

۲

$A^{۲} = \frac{\cancel{۱}+\sqrt{۳}+\sqrt{۳}-\cancel{۱}+۲\sqrt{۳-۱}}{\sqrt{۳}-\sqrt{۲}} = \frac{۲\sqrt{۳}+۲\sqrt{۲}}{\sqrt{۳}-\sqrt{۲}} \times \frac{\sqrt{۳}+\sqrt{۲}}{\sqrt{۳}+\sqrt{۲}} = \frac{۶+۲\sqrt{۶}+۲\sqrt{۶}+۴}{۳-۲}$

$= ۱۰+۴\sqrt{۶} = (\sqrt{۶}+۲)^{۲} \Rightarrow A = \sqrt{۶}+۲$

ب) $\sqrt[4\times3]{2^{4\times2}} \times \sqrt[4]{3^4\times2} \times \sqrt[12]{2^{13}} = 2^{\frac{2}{3}} \times 3 \times 2^{\frac{1}{4}} \times 2 \times 2^{\frac{1}{12}} =$

$6\times 2^{\frac{8+3+1}{12}} = 6\times2 = 12$

۵- $\dfrac{3^x(1+3+9+\dots+3^5)}{2^{x-2}(1+2+2^2+\dots+2^5)} = \dfrac{3^x\left(\frac{3^6-1}{2}\right)}{2^{x-2}\left(\frac{2^6-1}{1}\right)} = 52$

$\to$ دنباله هندسی $a=1, q=3$

$a=1, q=2 \leftarrow$

$\dfrac{3^x \times \cancel{728}\times 4}{2\times 63\times 2^x}$ ($13\times7\times8$) $= \left(\frac{3}{2}\right)^x \times \dfrac{16\times13}{9} = 52 \to \left(\frac{3}{2}\right)^x = \frac{9}{4} \to x=2$

۲

۶- $(a+b)^4(a-b)^4 = t(2-\sqrt{3})$

$(a^2-b^2)^4 = t(2-\sqrt{3}) \to \cancel{(\sqrt{6}-2-\sqrt{6}-2)^4} = t(2-\sqrt{3})$ [illegible]

$4^4 = t(2-\sqrt{3}) \to \dfrac{2^8}{2-\sqrt{3}} = t \to \dfrac{2^8(2+\sqrt{3})}{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})} = \dfrac{2^9+2^8\sqrt{3}}{\cancel{4-3}}$

پایین صفحه

$\to t = 2^8(2+\sqrt{3})$

۷- $\left((a+\frac{1}{a})^2-2\right)^2 = 2^t = (a^2+\frac{1}{a^2}+2-2)^2 = (a^2+\frac{1}{a^2})^2$

$\left(2-\sqrt{3}+\dfrac{1}{2-\sqrt{3}}\right)^2 = (2-\cancel{\sqrt{3}}+2+\cancel{\sqrt{3}})^2 = 2^4 = 2^t \to t=4$

۲

۸- $a = \sqrt[4]{(2-\sqrt{3})^2} = \sqrt{2-\sqrt{3}}$ $\qquad A = 2^{\frac{2}{5}}\times 2^{\frac{4}{15}} \times 2^{\frac{4}{3}} = 2^{\frac{6+4+20}{15}} = 2^2$

$(2A)^{-\frac{1}{3}} = \dfrac{1}{2}$

۲

۹-

$\sqrt[۷]{a} = ۲۷ \times a^{\frac{۱۵}{۷}} \Rightarrow a^{\frac{۱}{۷}} = ۳^{۳} \times a^{\frac{۱۵}{۷}} \to a^{\frac{۱}{۷}-\frac{۱۵}{۷}} = ۳^{۳}$

$a^{-\frac{۱۴}{۷}} = ۳^{۳} \to a^{-۲} = ۳^{۳} \to a^{-۱} = ۳^{\frac{۳}{۲}} \Rightarrow \frac{۳\sqrt{۳}-۳}{۱+\sqrt{۳}} =$

$\frac{۳\sqrt{۳}-۹-۳+۳\sqrt{۳}}{۱-۳} = \frac{۶\sqrt{۳}-۱۲}{-۲} = -۳\sqrt{۳}+۶$

۲ ✓

۱۰-

$((\sqrt{x+۹}) + (\sqrt{x-۴}))(\sqrt{x+۹} - \sqrt{x+۴}) = x+۹-x+۴ =$

$۲(\sqrt{x+۹}+\sqrt{x-۴}) \to \frac{۹}{۲}+۲ = \sqrt{x+۹} + \sqrt{x-۴}$

$\frac{۹}{۲} = \sqrt{x+۹}+\sqrt{x-۴}-۲$

۲ ✓

$\leftarrow ۶$

$((a+\frac{۱}{a})^{۲}-۲)^{۲} = (a^{۲}+\frac{۱}{a^{۲}}+۲-۲)^{۲}$

$(a^{۲}+\frac{۱}{a^{۲}})^{۲} = a^{۴}+\frac{۱}{a^{۴}}+۲$

$۷-۴\sqrt{۳} + \left(\frac{۱}{۷-۴\sqrt{۳}} \times \frac{۷+۴\sqrt{۳}}{۷+۴\sqrt{۳}}\right) + ۲$

$۱۶ = ۲^{t} \to \boxed{t=۴}$