نام و نام خانوادگی ...... کلاس ...... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...

۲۰

۱

الف) $(1! + 3! + 5! + \dots + 25!)(2! + 4! + 6! + \dots + 24!)$

یکان: $(1 + 6 + 0 + \dots + 0)(2 + 4 + 0 + \dots + 0) = (7) \times (6) = 42 \rightarrow$ رقم یکان حاصل برابر است با ۲

* می‌دانیم از ۵ به بعد یکان حاصل ۰ است چون عامل ۵ و ۲ داریم که ۰ می‌سازند.

(۲) ✓

۲

الف) $\sqrt[4]{(4+\sqrt{7})^{-1} \times (1+\sqrt{7})^2} = \sqrt[4]{2}$

$1+7+2\sqrt{7} = 2(4+\sqrt{7})$

(۲) ✓

ب) $\left(\frac{\sqrt{2}+\sqrt{5}}{\sqrt{2}(\sqrt{5}+\sqrt{2})}\right)\left(\sqrt{\frac{(\sqrt{5}-1)^2}{2}} - \sqrt{\frac{(\sqrt{5}+1)^2}{2}}\right) = \frac{\sqrt{5}-1-\sqrt{5}-1}{2} = -1$

* $3-\sqrt{5} \xrightarrow{\times 2} 6-2\sqrt{5} = 1+5-2\sqrt{5} \Rightarrow = (\sqrt{5}-1)^2 \Rightarrow \frac{(\sqrt{5}-1)^2}{2} = 3-\sqrt{5}$ ، به همین ترتیب برای $3+\sqrt{5}$

۳

الف) فرض: $\sqrt{2} = a$ ، $\sqrt{3} = b$ ، $\sqrt[4]{9} = \sqrt{3}$

$\rightarrow \frac{a^3+b^3}{a^2+b^2-ab} - 2(b-1)^{-1} = (a+b) - 2 \times \frac{1(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)} = \sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{3}-1 = \sqrt{2}-1$

$3-1=2$

ب) $\sqrt{3} = a$ فرض $\rightarrow \frac{a^3-1}{a^2+1+a} + \frac{1(2+\sqrt{3})}{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})} = a-1+2+\sqrt{3} = 2\sqrt{3}+1$

(۲) ✓

۴

الف) از سمت راست به توان ۲ می‌رسانیم و از آن جذر می‌گیریم

$\rightarrow \left(\sqrt{1+\sqrt{3}} + \sqrt{\sqrt{3}-1}\right)^2 = 1+\sqrt{3}+\sqrt{3}-1+2\sqrt{3-1} = 2\sqrt{3}+2\sqrt{2} \rightarrow \sqrt{2(\sqrt{3}+\sqrt{2})}$

$\rightarrow \sqrt{\frac{2(\sqrt{3}+\sqrt{2})}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}}$ مزدوج $\sqrt{\frac{2(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2}{(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})}} = \sqrt{2(5+2\sqrt{6})}$

$10+4\sqrt{6} = (\sqrt{6}+2)^2 \rightarrow \sqrt{(\sqrt{6}+2)^2} - 2 = \sqrt{6}+2-2 = \sqrt{6}$

ب) $2^{8 \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{4}} \times 2^{\frac{1}{4}} \times 3^{4 \times \frac{1}{12}} \times 2^{2 \times \frac{1}{3}} \times 2^{\frac{1}{6} \times \frac{1}{2}} = 2^{\frac{2}{3}+\frac{1}{4}+1+\frac{1}{12}} \times 3 = 12$

$\frac{8+3+12+1}{12} = 2$

(۲) ✓

۵

$\frac{3^{n}(1+3+9+27+81+243)}{2^{n}(\frac{1}{4}+\frac{1}{2}+1+2+4+8)} = 52 \rightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^{n} = 52 \times \frac{63}{4} \times \frac{1}{364} = \frac{9}{4}$

364 ، $\frac{63}{4}$

$\Rightarrow n = 2$

(۲) ✓

$\left((a^2+b^2+2ab)(a^2+b^2-2ab)\right)^2 = \left((a^2+b^2)^2-(2ab)^2\right)^2 = (a^4+b^4+2a^2b^2-4a^2b^2)^2$ $-2a^2b^2$ جایگذاری $\rightarrow \left(\sqrt{6}-2+\sqrt{6}+2-2\sqrt{(\sqrt{6}+2)(\sqrt{6}-2)}\right)^2 = (2\sqrt{6}-2\sqrt{2})^2 = 24+8-16\sqrt{3} = 16(2-\sqrt{3})$ $6-4=2 \quad =\sqrt{24} \quad =\sqrt{8} \quad 32$ $= t(2-\sqrt{3}) \rightsquigarrow t=16$ ۲ ✓	۶
$\left((a+\frac{1}{a}+\sqrt{2})(a+\frac{1}{a}-\sqrt{2})\right)^2 = (a^2+\frac{1}{a^2}+2-2)^2 = a^4+\frac{1}{a^4}+2 = 2^t$ $\rightarrow a^4 = 7-4\sqrt{3} \rightarrow 7-4\sqrt{3}+\frac{1}{7-4\sqrt{3}}+2 = 14+2 = 16 = 2^4$ $\frac{1(+)}{(-)(+)} = \frac{7+4\sqrt{3}}{49-48}$ ؛ ضرب در مزدوج : $\quad \rightarrow t=4$ ۲ ✓	۷
$A = 2^{2\times\frac{1}{5}} \times 2^{4\times\frac{1}{15}} \times 2^{-1\times(\frac{-4}{3})} = 2^{\frac{6+4+20}{15}} \rightarrow = 2^2 = 4$ $\rightarrow (2A)^{-\frac{1}{3}} = (2\times 2^2)^{-\frac{1}{3}} = (2^3)^{-\frac{1}{3}} = \frac{1}{2} = 0/5$ ۲ ✓	۸
$a>0 \rightarrow \sqrt[7]{a} = 27\times a^{\frac{15}{7}} \quad (\div a^{\frac{15}{7}}) \rightarrow a^{\frac{-14}{7}} = a^{-2} = 3^3 \rightarrow \frac{1}{a} = a^{-1} = 3\sqrt{3}$ $\sqrt[7]{a} = a^{\frac{1}{7}} \qquad \sqrt{\ } \rightarrow a^{-1} = 3^{\frac{3}{2}} = 3\sqrt{3}$ $\frac{1}{a}-3 = 3\sqrt{3}-3 = 3(\sqrt{3}-1)$ $\frac{3(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}-1)}{(1+\sqrt{3})(\sqrt{3}-1)} = \frac{3}{2}\times(\sqrt{3}-1)^2 = 6-3\sqrt{3} \rightarrow$ برابر $6-3\sqrt{3}$ $(\sqrt{3})^2-1=2 \qquad 4-2\sqrt{3}$ ۲ ✓	۹
$(\sqrt{x+a}+\sqrt{x-4})(\sqrt{x+a}-\sqrt{x-4})$ $\xrightarrow{\text{مزدوج}}$ $x+a-x+4 = a+4 \Rightarrow \frac{a+4}{2} = \sqrt{x+a}+\sqrt{x-4}$ خواسته سوال : $\sqrt{x+a}+\sqrt{x-4}-2 = \frac{a+4-4}{2} = \frac{a}{2}$ $= \frac{a+4}{2}$ ۲ ✓	۱۰