نام و نام خانوادگی ....نازنین رشیدی........ پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...۲۱... کلاس ...دهم تجربی...

۱۹/۵

۱

$1\times2\times3\times4\times5$ صفر

$(1!+3!+5!+\dots+25!)(2!+4!+6!+\dots+26!) + \dots = 7\times6 = 42 \to$ رقم یکان $= 2$

$2+24+0+\dots+0 = 26$ از ۵! به بعد رقم یکان ۰ می باشد.

$1+6+120+\dots+0 = 127$ ← رقم یکان

۲

۲

الف) $\sqrt[4]{(4+\sqrt7)^{-1}} \times \sqrt{1+\sqrt7} = \sqrt[4]{\frac{1}{4+\sqrt7}} \times \sqrt[4]{2(4+\sqrt7)} = \sqrt[4]{2}$

$\sqrt{1+\sqrt7} = \sqrt[4]{(1+\sqrt7)^2} = \sqrt[4]{8+2\sqrt7}$

۱/۵

منفی قابل قبول است.

ب) $\left(\frac{\sqrt2+\sqrt5}{\sqrt{10}+2}\right)\left(\sqrt{3-\sqrt5} - \sqrt{3+\sqrt5}\right) = \frac{\sqrt2+\sqrt5}{\sqrt2(\sqrt5+\sqrt2)} \times -\sqrt2 = \frac{\sqrt2}{\sqrt2} = -1$

$A=\sqrt{3-\sqrt5}-\sqrt{3+\sqrt5} \to A^2 = 3-\cancel{\sqrt5}+3+\cancel{\sqrt5} - 2\underbrace{\sqrt{(3-\sqrt5)(3+\sqrt5)}}_{9-5=4} = 6-4=2 \Rightarrow A=\pm\sqrt2 \to A=+\sqrt2$

قابل قبول چون جمع ۲ رادیکال (عبارت (-) است.)

۳

الف) $\left(\frac{\sqrt8+\sqrt{27}}{5-\sqrt6}\right) - 2(\sqrt[4]{9}-1)^{-1} = \sqrt2+\sqrt3 - \cancel{2}\left(\frac{\sqrt3+1}{\cancel{2}}\right) = \sqrt2+\cancel{\sqrt3}-\cancel{\sqrt3}-1 = \sqrt2-1$

$\sqrt[4]{3^2}=\sqrt3$

تبدیل مخرج ← $\frac{(\sqrt2+\sqrt3)(2+3-\sqrt6)}{(5-\sqrt6)} = \sqrt2+\sqrt3$

$(\sqrt[4]{9}-1)^{-1} = (\sqrt3-1)^{-1} = \frac{1}{\sqrt3-1}\times\frac{\sqrt3+1}{\sqrt3+1} = \frac{\sqrt3+1}{2}$

ب) $\frac{\sqrt{27}-1}{4+\sqrt3} + (2-\sqrt3)^{-1} = \frac{(\sqrt3-1)\cancel{(4+\sqrt3)}}{\cancel{(4+\sqrt3)}} + \frac{1}{2-\sqrt3} = \sqrt3-1+2+\sqrt3 = 2\sqrt3+1$

$\frac{1}{2-\sqrt3}\times\frac{2+\sqrt3}{2+\sqrt3} = 2+\sqrt3$

۲

۴

الف) $A=\frac{\sqrt{1+\sqrt3}+\sqrt{\sqrt3-1}}{\sqrt{\sqrt3-\sqrt2}} - 2 = \frac{\sqrt2(\sqrt{\sqrt3+\sqrt2})}{\sqrt{\sqrt3-\sqrt2}} \times \frac{\sqrt{\sqrt3+\sqrt2}}{\sqrt{\sqrt3+\sqrt2}}$

$A=\sqrt{1+\sqrt3}+\sqrt{\sqrt3-1} \to A^2 = 1+\sqrt3+\sqrt3-1+2\sqrt{(\sqrt3-1)(\sqrt3+1)} \to A = \sqrt{2\sqrt3+2\sqrt2}$

$A=\sqrt2(\sqrt{\sqrt3+\sqrt2})$

$=(\sqrt2)(\sqrt3+\sqrt2) = \sqrt6+2-2=\sqrt6$

ب) $\sqrt[4]{\sqrt[3]{2^8}} \times \sqrt[4]{162} \times \sqrt{4\sqrt[6]{2}} = 2^{\frac{8}{12}} \times 3^{\frac{4}{4}} \times 2^{\frac{1}{4}} \times 2^{\frac{2}{2}} \times 2^{\frac{1}{12}} = 2^{\frac{8+3+12+1}{12}} = 2^{\frac{24}{12}} = 2^2 = 4\times3=12$

۲

۵

$\frac{3^x(1+3^1+3^2+\dots+3^5)}{2^{x-2}(1+2^1+2^2+\dots+2^5)} = \frac{3^x}{2^{x-2}} \times \frac{\frac{3^6-1}{2}}{63} = 1 \to \frac{9}{1} = \frac{3^x}{2^{x-2}} \to \boxed{x=2}$

$729-1=728$

$x-2=0 \to x=2$

$1+3+3^2+\dots+3^5 = a_1\left(\frac{q^n-1}{q-1}\right) = 1\times\frac{3^6-1}{2}$

$1+2^1+\dots+2^5 = 1\times\frac{2^6-1}{1} =$

۲

$(a^۲+b^۲-۲ab)^۲(a^۲+b^۲+۲ab)^۲=t(۲-\sqrt{۳})$

$(a^۲+b^۲)^۲-۴a^۲b^۲=[\underbrace{a^۴+b^۴}_{۲\sqrt{۶}-\cancel{۴}۲\sqrt{۲}}-۲a^۲b^۲]^۲=(۲\sqrt{۶}-۲\sqrt{۲})^۲=۳۲-۱۶\sqrt{۳}=t(۲-\sqrt{۳})$ ۶

$t=۱۶$

$a^۴=\sqrt{۶}-۲$ $\quad a^۲b^۲=(\sqrt[۴]{\sqrt{۶}+۲}\times\sqrt[۴]{\sqrt{۶}-۲})^۲=۲$

$b^۴=\sqrt{۶}+۲$ $\quad (\sqrt[۴]{۲})^۲=\sqrt{۲}$

۲

$[\underbrace{(a+\frac{۱}{a})^۲-۲}]^۲=۲^t \to a^۴+\frac{۱}{a^۴}+۲=۲^t \to ۷-\cancel{۴\sqrt{۳}}+۷+\cancel{۴\sqrt{۳}}+۲=۱۶=۲^t$

$\underbrace{t=۴}$

$a^۲+\frac{۱}{a^۲}+\cancel{۲}-\cancel{۲}$ ۷

$a^۴=۷-۴\sqrt{۳}$

$\frac{۱}{a^۴}=\frac{۱}{۷-۴\sqrt{۳}}=۷+۴\sqrt{۳}$

۲

$A=\sqrt[۵]{۴\sqrt[۳]{۱۶}}\;(\frac{۱}{۲})^{-\frac{۴}{۳}}=۲^{\frac{۴}{۱۵}}\times۲^{\frac{۲}{۵}}\times۲^{\frac{۴}{۳}}=۲^{\frac{۴+۶+۲۰}{۱۵}}=۲^۲=۴$

$(۲A)^{-\frac{۱}{۳}}=\sqrt[۳]{\frac{۱}{۲A}}=\sqrt[۳]{\frac{۱}{۸}}=\frac{۱}{۲}$ ۸

۲

$\sqrt[۷]{a}=۲۷\times a^{\frac{۱۵}{۷}} \to a^{\frac{۱}{۷}}=۳^۳\times a^{\frac{۱۵}{۷}} \to a^{-۲}=۳^۳ \to a^۲=\frac{۱}{۲۷} \to a=\frac{۱}{۳\sqrt{۳}}$

$\frac{۱}{a}-۳=$ $\quad ۳\sqrt{۳}-۳$ $\quad \frac{۳\sqrt{۳}-۳}{۱+\sqrt{۳}}\times\frac{۱-\sqrt{۳}}{۱-\sqrt{۳}}=\frac{۶\sqrt{۳}-۱۲}{-۲}=۶-۳\sqrt{۳}$ ۹

۲

$\sqrt{x+a}-\sqrt{x-۴}=۲$ $\quad (\sqrt{x+a}-\sqrt{x-۴})(\sqrt{x+a}+\sqrt{x-۴})=\cancel{x}+a-\cancel{x}+۴=a+۴$

$\sqrt{x+a}+\sqrt{x-۴}=?$

$\sqrt{x+a}+\sqrt{x-۴}=\frac{a+۴}{۲}$ $\quad \frac{a+۴}{۲}-\frac{۴}{۲}=\frac{a}{۲}$ ۱۰

۲