نام و نام خانوادگی .... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۲۱ کلاس دهم تجربی

۱

$۵! = ۱\times۲\times۳\times۴\times۵$

$+\ (۱!+۳!+۵!+\dots+۲۵!)(۲!+۴!+۶!+\dots+۲۶!) = ۷\times۶ = ۴۲ \to$ رقم یکان $= ۲$

$۶ = \dots۰ + \dots + \dots + ۰ + ۲۴ + ۲$ از ۵! به بعد رقم یکان ۰ می باشد.

$۷ = \dots۰ + \dots + ۱۲۰ + ۶ + ۱$ رقم یکان

۲

$\sqrt[۴]{(۴+\sqrt{۷})^{-۱}} \times \sqrt{۱+\sqrt{۷}} =$ $\qquad \sqrt{۱+\sqrt{۷}} = \sqrt[۴]{(۱+\sqrt{۷})^۲} = \sqrt{۸+۲\sqrt{۷}}$

الف) $\sqrt[۴]{\frac{۱}{\cancel{۴+\sqrt{۷}}}} \times \sqrt[۴]{۲(\cancel{۴+\sqrt{۷}})} = \sqrt[۴]{۲}$

ب) $\left(\frac{\sqrt{۲}+\sqrt{۵}}{\sqrt{۱۰}+۲}\right)\left(\sqrt{۳-\sqrt{۵}} - \sqrt{۳+\sqrt{۵}}\right) = \frac{\sqrt{۲}+\sqrt{۵}}{\sqrt{۲}(\sqrt{۵}+\sqrt{۲})} \times \sqrt{۲} = \frac{\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}} = ۱$

$A = \sqrt{۳-\sqrt{۵}} - \sqrt{۳+\sqrt{۵}} \dashrightarrow A^۲ = ۳ - \cancel{\sqrt{۵}} + ۳ + \cancel{\sqrt{۵}} - ۲\underbrace{\sqrt{(۳-\sqrt{۵})(۳+\sqrt{۵})}}_{۹-۵=۴} = ۶-۴ = ۲ \Rightarrow A = \pm\sqrt{۲} \to A = +\sqrt{۲}$

غیر قابل قبول چون جمع ۲ رادیکال (عبارت (+) است.)

۳

الف) $\left(\frac{\sqrt{۸}+\sqrt{۲۷}}{۵-\sqrt{۶}}\right) - ۲(\sqrt[۴]{۹}-۱)^{-۱} = \sqrt{۲}+\sqrt{۳} - \cancel{۲}\left(\frac{\sqrt{۳}+۱}{\cancel{۲}}\right) = \sqrt{۲} + \cancel{\sqrt{۳}} - \cancel{\sqrt{۳}} - ۱ = \sqrt{۲}-۱$

$\sqrt[۴]{۳^۲} = \sqrt{۳}$

[illegible] $\to \frac{(\sqrt{۲}+\sqrt{۳})(\overset{۵}{\cancel{۲+۳}}-\sqrt{۶})}{(۵-\sqrt{۶})} = \sqrt{۲}+\sqrt{۳}$ $\qquad (\sqrt[۴]{۹}-۱)^{-۱} = (\sqrt{۳}-۱)^{-۱} = \frac{۱}{\sqrt{۳}-۱} \times \frac{\sqrt{۳}+۱}{\sqrt{۳}+۱} = \frac{\sqrt{۳}+۱}{۲}$

ب) $\frac{\sqrt{۲۷}-۱}{۴+\sqrt{۳}} + (۲-\sqrt{۳})^{-۱} = \frac{(\sqrt{۳}-۱)\cancel{(۴+\sqrt{۳})}}{\cancel{(۴+\sqrt{۳})}} + \frac{۱}{۲-\sqrt{۳}} = \sqrt{۳}-۱+۲+\sqrt{۳} = ۲\sqrt{۳}+۱$

$\frac{۱}{۲-\sqrt{۳}} \times \frac{۲+\sqrt{۳}}{۲+\sqrt{۳}} = ۲+\sqrt{۳}$

۴

$A = \sqrt{۱+\sqrt{۳}} + \sqrt{\sqrt{۳}-۱} \quad A^۲ = \cancel{۱} + \sqrt{۳} + \sqrt{۳} - \cancel{۱} + ۲\sqrt{(\sqrt{۳}-۱)(\sqrt{۳}+۱)} = \sqrt{۲\sqrt{۳}+۲\sqrt{۲}} \to A$

الف) $A = \frac{\sqrt{۱+\sqrt{۳}} + \sqrt{\sqrt{۳}-۱}}{\sqrt{\sqrt{۳}-\sqrt{۲}}} - ۲ = \frac{\sqrt{۲}(\sqrt{\sqrt{۳}+\sqrt{۲}})}{\sqrt{\sqrt{۳}-\sqrt{۲}}} \times \frac{\sqrt{\sqrt{۳}+\sqrt{۲}}}{\sqrt{\sqrt{۳}+\sqrt{۲}}}$ $\qquad A = \sqrt{۲}(\sqrt{\sqrt{۳}+\sqrt{۲}})$

$= (\sqrt{۲})(\sqrt{۳}+\sqrt{۲}) = \sqrt{۶}+۲-۲ = \sqrt{۶}$

ب) $\sqrt[۴]{\sqrt[۳]{۲^۸}} \times \sqrt[۴]{۱۶۲} \times \sqrt{۴\sqrt[۶]{۲}} = ۲^{\frac{۸}{۱۲}} \times ۳^{\frac{۴}{۴}} \times ۲^{\frac{۱}{۴}} \times ۲^{\frac{۲}{۲}} \times ۲^{\frac{۱}{۱۲}} = ۲^{\frac{۸+۳+۱۲+۱}{۱۲}} = ۲^{\frac{۲۴}{۱۲}} = ۲^۲ = ۴\times۳ = \boxed{۱۲}$

۵

$\frac{۳^x(۱+۳+۳^۲+\dots+۳^۵)}{۲^{x-۲}(۱+۲+۲^۲+\dots+۲^۵)} = \frac{۳^x}{۲^{x-۲}} \times \frac{\frac{۳^۶-۱}{۲}}{۶۳} = \dots \to \frac{۹}{۱} = \frac{۳^x}{۲^{x-۲}} \to \boxed{x=۲}$

$۷۲۹-۱ = ۷۲۸ \qquad ۱۴$

$x-۲=۰ \to x=۲$

$۱+۳+۳^۲+\dots+۳^۵ = a_۱\left(\frac{q^n-۱}{q-۱}\right) = ۱\times\frac{۳^۶-۱}{۲}$

$۱+۲^۱+\dots+۲^۵ = ۱\times\frac{۲^۶-۱}{۱} =$

۶	$(a^۲+b^۲-۲ab)^۲(a^۲+b^۲+۲ab)^۲ = t(۲-\sqrt{۳})$ ([redacted]) $(a^۲+b^۲)^۲-۴a^۲b^۲ = [\underbrace{a^۴+b^۴}_{۲\sqrt{۶}-\cancel{۴}۲\sqrt{۲}}-۲a^۲b^۲]^۲ = (۲\sqrt{۶}-۲\sqrt{۲})^۲ = ۳۲-۱۶\sqrt{۳} = t(۲-\sqrt{۳})$ $t=۱۶$ $a^۴=\sqrt{۶}-۲$ $\quad a^۲b^۲ = (\sqrt[۴]{\sqrt{۶}+۲} \times \sqrt[۴]{\sqrt{۶}-۲})^۲ = ۲$ $(\sqrt[۴]{۴})^۲ = \sqrt{۲}$ $b^۴=\sqrt{۶}+۲$
۷	$[\underbrace{(a+\frac{۱}{a})^۲-۲}]^۲ = ۲^t \rightarrow a^۴+\frac{۱}{a^۴}+۲ = ۲^t \rightarrow ۷-\cancel{۴\sqrt{۳}}+۷+\cancel{۴\sqrt{۳}}+۲ = ۱۶ = ۲^t$ $a^۲+\frac{۱}{a^۲}+\cancel{۲}-\cancel{۲}$ $\quad \underset{\sim\sim}{t=۴}$ $a^۴ = ۷-۴\sqrt{۳}$ $\frac{۱}{a^۴} = \frac{۱}{۷-۴\sqrt{۳}} = ۷+۴\sqrt{۳}$
۸	$A = \sqrt[۵]{۴\sqrt[۳]{۱۶}}\ (\frac{۱}{۲})^{-\frac{۴}{۳}} = ۲^{\frac{۴}{۱۵}} \times ۲^{\frac{۲}{۵}} \times ۲^{\frac{۴}{۳}} = ۲^{\frac{۴+۶+۲۰}{۱۵}} = ۲^۲ = ۴$ $(۲A)^{-\frac{۱}{۳}} = \sqrt[۳]{\frac{۱}{۲A}} = \sqrt[۳]{\frac{۱}{۸}} = \frac{۱}{۲}$
۹	$\sqrt[۷]{a} = ۲۷ \times a^{\frac{۱۵}{۷}} \rightsquigarrow a^{\frac{۱}{۷}} = ۳^۳ \times a^{\frac{۱۵}{۷}} \rightarrow a^{-۲} = ۳^۳ \rightarrow a^۲ = \frac{۱}{۲۷} \rightarrow a = \frac{۱}{۳\sqrt{۳}}$ $\frac{۱}{a} - ۳ =$ [redacted] $.\ ۳\sqrt{۳}-۳$ $\quad \frac{۳\sqrt{۳}-۳}{۱+\sqrt{۳}} \times \frac{۱-\sqrt{۳}}{۱-\sqrt{۳}} = \frac{۶\sqrt{۳}-۱۲}{-۲} = ۶-۳\sqrt{۳}$
۱۰	$\sqrt{x+a}-\sqrt{x-۴} = ۲$ $\quad (\sqrt{x+a}-\sqrt{x-۴})(\sqrt{x+a}+\sqrt{x-۴}) = \cancel{x}+a-\cancel{x}+۴ = a+۴$ $\sqrt{x+a}+\sqrt{x-۴} = ?$ $\quad \sqrt{x+a}+\sqrt{x-۴} = \frac{a+۴}{۲}$ $\quad \frac{a+۴}{۲}-\frac{۴}{۲} = \frac{a}{۲}$