پریسان دهقانی

۱-

$\alpha+\beta=۵,\ \alpha\beta=۲$

$x^۲=۵x-۲ \to \beta^۲=۵\beta-۲ \to \beta^۳=\beta(۵\beta-۲)=۵\beta^۲-۲\beta \Rightarrow \underbrace{۵(۵\beta-۲)}-۲\beta$

$۲۵\beta-۱۰-۲\beta=۲۳\beta-۱۰$

$\beta^٤=\beta(\beta^۳)=\beta(۲۳\beta-۱۰)=۲۳\beta^۲-۱۰\beta$

$\hookrightarrow ۲۳(۵\beta-۲)-۱۰\beta=۱۰۵\beta-٤۶-۱۰\beta=۹۵\beta-٤۶$

$\beta^۵=\beta(\beta^٤)=\beta(۹۵\beta-٤۶)=۹۵\beta^۲-٤۶\beta=۹۵(۵\beta-۲\beta)=٤۷۹\beta-۲۱۰$

$٤\alpha+\beta^۵=٤\alpha+٤۷۹\beta-۲۱۰=٤(۵-\beta)+٤۷۹\beta-۲۱۰=۲۰-٤\beta+٤۷۹\beta-۲۱۰=٤۷۵\beta-۱۹۰=۵(۹۵\beta-۳۸)$

$$\boxed{\frac{\cancel{۵}(۹۵\beta-۳۸)}{\cancel{۵}\beta^۲}=\frac{۹۵\beta-۳۸}{\beta^۲}=\frac{۹۵}{\beta}-\frac{۳۸}{\beta^۲}}$$

$\frac{۱}{\beta}=\frac{\alpha}{۲} \to \frac{۱}{\beta^۲}=\frac{\alpha^۲}{٤}$ $\quad ۹۵\times\frac{۱}{\beta}-۳۸\times\frac{۱}{\beta^۲}=۹۵\times\frac{\alpha}{۲}-۳۸\times\frac{\alpha^۲}{٤}=\frac{۱}{۲}(۹۵\alpha-۱۹\alpha^۲) \xrightarrow{\alpha^۲=۵\alpha-۲} ۵\alpha-\alpha^۲=۲$

$\frac{۱}{۲}\times۱۹(۵\alpha-\alpha^۲)=\frac{۱}{۲}\times۱۹\times۲=\underline{۱۹}$

۲-

محور تقارن سهمی $= x=\frac{۳-۱٫۱۵}{۲}=\frac{۱٫۸}{۲}=۰٫۱۷۵ \to$ محور تقارن $=\frac{\text{مجموع ریشه‌ها}}{۲} \to \frac{\alpha+\beta}{۲}=۰٫۱۷۵ \to \alpha+\beta=۱٫۸$

۳-

$ax^۲+bx+c=۰ \to \alpha+\beta=\frac{-۲k}{۱}=-۲k$ $\quad \alpha=m+d\quad \beta=m-d$

$|\alpha-\beta|=۲d$ $\quad ۲d=\frac{٤}{۳}k \to d=\frac{۲}{۳}k \to \alpha=-k+\frac{۲}{۳}k=-\frac{k}{۳}\ ,\ \beta=-k-\frac{۲}{۳}k=-\frac{۵}{۳}k$

$(-\frac{k}{۳})^۲+۲k(-\frac{k}{۳})+۵=۰$ $\quad \frac{k^۲}{۹}-\frac{۲k^۲}{۳}+۵=۰$ $\quad \frac{k^۲}{۹}-\frac{۶k^۲}{۹}+۵=۰$ $\quad -\frac{۵k^۲}{۹}+۵=۰ \to ۵=\frac{۵k^۲}{۹} \Rightarrow k^۲=۹$

$[\frac{k^۲}{۲}]=[\frac{۹}{۲}]=٤$

٤-

x محور $=\frac{۳+(-۵)}{۲}=-۱$

$\hookrightarrow \alpha+\beta=-۲$

$y=a(x+۱)^۲+۱$ $\quad \alpha^۲+\beta^۲=(\alpha+\beta)^۲-۲\alpha\beta=٤-۲\alpha\beta$

$\alpha\beta=۱-d^۲=۱-(-\frac{۱}{a})=۱+\frac{۱}{a}$

$\alpha^۲+\beta^۲=٤-۲(۱+\frac{۱}{a})=۲-\frac{۲}{a}$

$۲-\frac{۲}{a}=۵ \to -\frac{۲}{a}=۳ \to a=-\frac{۲}{۳}$

$y=-\frac{۲}{۳}(x+۱)^۲+۱$

$y(۰)=-\frac{۲}{۳}\times۱+۱=۱-\frac{۲}{۳}=\frac{۱}{۳}$

ـ ۵

$x^2+5x+m=0 \longrightarrow x_1+x_2=5 \quad , \quad x_1x_2=m$

بنابر $\begin{cases} \Delta \geq 0 \longrightarrow 5^2-4m = 25-4m \geq 0 \quad m \leq 6 \\ x=4{,}5 \longrightarrow y = \text{مثبت} \longrightarrow f(4{,}5)>0 \end{cases}$

$f(4{,}5) = (4{,}5)^2 + 5\times4{,}5+m = 42{,}75+m>0 \longrightarrow m>-42{,}75 \longrightarrow -42 \leq m \leq 6 \longrightarrow$ ۴۹ مقدار

ـ ۶

$y = mx^2-12x+5m-1 \longrightarrow Min \longrightarrow m>0$

$x_{\text{راس}} = \frac{-b}{2a} = \frac{-12}{-2m} = \frac{6}{m} \qquad y_{min} = m\left(\frac{6}{m}\right)^2 - 12x+5m-1 = \frac{36}{m} - \frac{72}{m} + 5m-1 = -\frac{36}{m}+5m-1$

$-\frac{36}{m}+5m-1=2 \longrightarrow 5m - \frac{36}{m} = 3 \longrightarrow 5m^2-36 = 3m \longrightarrow 5m^2-3m-36=0 \longrightarrow m = \frac{3\pm\sqrt{9+720}}{10} = \frac{3\pm\sqrt{729}}{10}$

$m_1 = \frac{3+\sqrt{729}}{10} \quad / \quad m_2 = \frac{3-\sqrt{729}}{10} \longrightarrow$ غ ق ق.

$m>0$ چون

$\frac{3+27}{10} = 3 \qquad x = \frac{6}{m} = \frac{6}{3} = 2$

ـ ۷

$\alpha+\beta = -2(a+1) \qquad \alpha\beta = 2a-1 \qquad \alpha, a, \beta \longrightarrow a^2 = \alpha\beta$

$a^2 = 2a-1$

$a^2-2a+1 = 0 \longrightarrow (a-1)^2=0 \longrightarrow \boxed{a=1}$

ـ ۸

$x^4-7x^2-5=0 \longrightarrow x^2=t \longrightarrow t^2-7t-5=0 \longrightarrow 2p^2-3sp \qquad S=-7 \qquad P=-5$

جمع ریشه‌ها ضرب ریشه

$2\times25 - 3\times-7\times-5 \quad -14$

$50-105-14 = -69$

ـ ۹

$y = kx^2-4x+6 \qquad x_{\text{راس}} = \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{-2k} = \frac{2}{k} \qquad y_{\text{راس}} = k\left(\frac{2}{k}\right)^2 - 4\times\frac{2}{k}+6 = \frac{4}{k} - \frac{8}{k}+6 = -\frac{4}{k}+6$

$y_{\text{راس}} = \frac{-\Delta}{4a} = \frac{-(16-24k)}{4k} = \frac{-16+24k}{4k} = \frac{6k-4}{k} \qquad S\left(\frac{2}{k}, \frac{6k-4}{k}\right)$

$\frac{6k-4}{k} = -4\left(\frac{2}{k}\right)-4$

$\frac{6k-4}{k} = \frac{-8}{k}-4 \longrightarrow \frac{6k-4}{k} = \frac{-8-4k}{k} \longrightarrow 6k-4 = -8-4k \longrightarrow 10k = -4 \longrightarrow k = -0{,}4$

$$-mx^2+mx+1=-m-x$$

$$-mx^2+mx+1+m+x=0$$

$$-mx^2+(m+1)x+1+m=0 \xrightarrow{\text{باید متقاطع نباشند}} (m+1)^2-4\underbrace{(m+1)(-m)}<0$$

$$-4(-m^2-m)$$

$$=4m^2+4m$$

$$4(m^2+m)$$

$$(m+1)^2-4m(m+1)$$

$$(m+1)\underbrace{(m+1-4m)}_{(-3m+1)}<0$$

یا $\underbrace{(-3m+1)}_{-3m<1 \;\Rightarrow\; m\leq\frac{1}{3}}>0$ و $\underbrace{(m+1)}_{m<-1}<0 \rightarrow -\frac{1}{3}<m<-1$

یا $\underline{(-3m+1)}<0$ و $\underline{(m+1)}>0$

$-3m<-1 \;\Rightarrow\; 3m<1 \;\Rightarrow\; m<\frac{1}{3}$

$m>-1 \longrightarrow -1<m<\frac{1}{3}$

$$\boxed{\text{شامل ۱ عدد صحیح است که } m=0 \text{ است}}$$