Date : ....../....../...... الینا میرزایی ۲۰

① $\frac{۴\alpha}{۵\beta^۴}+\frac{\beta^۵}{۵\beta^۲}=\frac{۴}{۵}\times\frac{\alpha}{\beta^۴}+\frac{۱}{۵}\beta^۳$

$\alpha\beta=۲\rightarrow\beta=\frac{۲}{\alpha}\longrightarrow\beta^۲=\frac{۴}{\alpha^۲}=\frac{۴}{۵}\frac{\alpha}{\beta^۴}=\frac{\cancel{۴}}{۵}\frac{\alpha}{\frac{\cancel{۴}}{\alpha^۲}}=\frac{۱}{۵}\alpha^۳$

$\Longrightarrow\frac{۱}{۵}(\beta^۳+\alpha^۳)=\frac{۱}{۵}(S^۳-۳SP)=\frac{۱}{۵}(۱۲۵-۳۰)=\frac{۱}{۵}\times۹۵=\boxed{19}$

---

② $x=\frac{۳+-۱,۵}{۲}=\frac{۷۵}{۲}\times۲=\boxed{۱,۵}$

---

③ $x^۲+۲kx+۵=۰$ $\frac{\sqrt{۴k^۲-۲۰}}{۱}=۲\sqrt{k^۲-۵}=\frac{\cancel{۴}^{۲}}{۳}k$

$\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}=\frac{۴}{۳}k$ $\Longrightarrow\frac{۴}{۹}k^۲=k^۲-۵\rightarrow k=\pm۳$

$\left[\frac{k^۲}{۲}\right]=\left[\frac{۹}{۲}\right]=۴$

$۴-۲P=۵\rightarrow P=-\frac{۱}{۲}$

$\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{۲}{۳}K \Longrightarrow \frac{۴}{۹}K^۲ = K - ۵ \rightarrow K = \pm ۳$

$\left[\frac{K^۲}{۲}\right] = \left[\frac{۹}{۲}\right] = ۴$

---

④ $\frac{-۵+۳}{۲} = -۱ \quad S = -۲ \quad \alpha^۲ + \beta^۲ = S^۲ - ۲P = ۴ - ۲P = ۵ \rightarrow P = -\frac{۱}{۲}$

$a\left(x^۲ + ۲ - \frac{۱}{۲}\right) \xrightarrow{\text{نقطه‌ی ۳}} a = \frac{-۲}{۳}$

$\rightarrow -\frac{۲}{۳}x + \frac{-۴}{۳}x + \frac{۱}{۳} \longrightarrow$ عرض از مبدأ $= \frac{۱}{۳}$

---

⑤ $x = \frac{-۵ \pm \sqrt{۲۵+۴m}}{-۲} < \frac{۹}{۲} \rightarrow \pm\sqrt{۲۵+۴m} < ۴$

$+\sqrt{۲۵+۴m} < ۴ \quad ۰ < ۲۵ + ۴m < ۱۶ \longrightarrow -\frac{۲۵}{۴} < \frac{۴m}{۴} < -\frac{۹}{۴}$

$-\sqrt{۲۵+۴m} < ۴$ همواره $\quad \{-۶, -۵, -۴, -۳\} \longrightarrow$ ۴ تا

Date : / /

(۶) $\frac{-\Delta}{۴a} = \frac{-۱۴۴+۲۰m^۲-۴m}{۴m} = ۲$ $\frac{-b}{۲a} = \frac{۱۲}{۶} = ۲$

$۳x^۲ - ۱۲x + ۱۴$

$۲۵m^۲ - ۱۲m - ۱۴۴ = ۰$

$۵m^۲ - ۳m - ۳۶ = ۰$

$(m-۳)(۵m+۱۲) \rightarrow m = -\frac{۱۲}{۵}$ ✗ $\rightarrow m > ۰$; $m = ۳$ ✓

---

(۷) دنباله (هندسی $= \alpha$ و $a, \beta \rightarrow a^۲ = \alpha\beta = ۲a - ۱ \rightarrow a^۲ - ۲a + ۱$

$(a-۱)^۲ = ۰ \rightarrow a = ۱$

$\alpha\beta = ۲a - ۱$

---

(۸) $x^۴ - ۷x^۲ - ۵ = ۰ \rightarrow t = x^۲ \rightarrow t^۲ - ۷t - ۵ = ۰ \rightarrow t_۱ = \frac{۷ \pm \sqrt{۶۹}}{۲}$

$t_۱ > ۰ \rightarrow x_{۱,۲} = \pm\sqrt{\frac{۷+\sqrt{۶۹}}{۲}}$ $t_۲ = \frac{۷-\sqrt{۶۹}}{۲} \rightarrow x = \pm\sqrt{\frac{۷+\sqrt{۶۹}}{۲}}$

$S = x_۱ + x_۲ = \sqrt{\frac{۷+\sqrt{۶۹}}{۲}} - \sqrt{\frac{۷+\sqrt{۶۹}}{۲}} = ۰$ $P = -\sqrt{t_۱} \cdot \sqrt{t_۱} = -t_۱$

$= \frac{-۷-\sqrt{۶۹}}{۲}$ $۲P^۲$ ~~$-۳PS + PS$~~ $= ۲\left(\frac{-۷-\sqrt{۶۹}}{۲}\right)^۲ = ۵۹ + ۷\sqrt{۶۹}$

$t_1 > 0 \rightarrow x_{۱و۲} = \pm\sqrt{\frac{۷+\sqrt{۴۹}}{۲}}$ $\quad t_۲ = \frac{۷-\sqrt{۴۹}}{۲} \rightarrow x = \pm\sqrt{\frac{۷+\sqrt{۴۹}}{۲}}$

$S = x_1 + x_۲ = \sqrt{\frac{۷+\sqrt{۴۹}}{۲}} - \sqrt{\frac{۷+\sqrt{۴۹}}{۲}} = ۰$ $\quad P = \sqrt{t_1} \cdot -\sqrt{t_1} = -t_1$

$= \frac{-۷-\sqrt{۴۹}}{۲}$ $\quad ۲P^۲ - \cancel{۳PS} + \cancel{۴S} = ۲\left(\frac{-۷-\sqrt{۴۹}}{۲}\right) = ۸۹ + ۷\sqrt{۴۹}$

---

⑨ $y = kx^۲ - ۴x - ۹$

$y = -۴x - ۴$

$\xrightarrow{} y_S = k \times \frac{۴}{k^۲} - ۴ \times \frac{۲}{k} - ۹ \Longrightarrow \frac{۴}{k} - \frac{۸}{k} - ۹ = \frac{-۴}{k} - ۹$

$\frac{-۴}{k} - ۹ = -۴ \times \frac{۲}{k} - ۴$

$\frac{-b}{۲a} = \frac{۲}{k}$

$\frac{۴}{k} = ۲ \rightarrow \boxed{k = ۲}$

$\frac{-۴}{۱۲} - ۹ \Rightarrow \frac{-۴}{۲} - ۹ = \boxed{-۸}$

Date : ..../......../........

(۱۰) $-mx^{۲}+mx+۱=-m-x \longrightarrow mx^{۲}-(m+۱)x-m-۱=۰$

$\Delta=(m+۱)^{۲}-۴(m)(-m-۱)<۰$

$\Delta=۵m^{۲}+۶m+۱ \longrightarrow (۵m+۱)(m+۱)<۰$

$$\begin{array}{c|c|c|c|c} & -۱ & & -\frac{۱}{۵} & \\ \hline + & \circ & - & \circ & + \end{array}$$

$m=(-۱,-\frac{۱}{۵})$