تکلیف شماره ۲۲ — دهم ریاضی — بهاره سرشت

۱-

$x^2-5x+2=0$

$P=\frac{c}{a}=2 \Rightarrow \alpha\times\beta=2 \Rightarrow \beta=\frac{2}{\alpha} \Rightarrow \beta^2=\frac{4}{\alpha^2}$

$\frac{4\alpha+\beta^5}{5\beta^2}=? \Rightarrow \frac{4\alpha}{5\beta^2}+\frac{\beta^3}{5}=\frac{1}{5}(\alpha^3+\beta^3)=\frac{1}{5}\times 95=\boxed{19}$

$\frac{4}{5}\times\alpha\times\frac{\alpha^2}{4}=\frac{\alpha^3}{5}$

$S^3-3SP=125-3(5)(2)=95$

$S=-\frac{b}{a}=\frac{5}{1}=5$

۲-

$S=-\frac{b}{a}$ $(-1{,}5{,}4)$ و $(3{,}4)$

$x_{\text{رأس}}=\frac{3+(-1/5)}{2}=0/75=\frac{3}{4}=-\frac{b}{2a}$

$\Rightarrow \boxed{-\frac{b}{a}=\frac{3}{2}}$

۳-

$x^2+2kx+5=0$

$\text{اختلاف ریشه‌ها}=\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}=\frac{4}{3}k$ ($\Delta=b^2-4ac$)

$\left(\frac{\sqrt{4k^2-20}}{1}=\frac{4}{3}k\right)^2 \Rightarrow 4k^2-20=\frac{16}{9}k^2 \Rightarrow 36k^2-180=16k^2$

$20k^2=180$

$\Rightarrow \boxed{k^2=9}$

$\left[\frac{k^2}{2}\right]=[4/5]=\boxed{4}$ جواب

۴-

$\alpha^2+\beta^2=S^2-2P$

$\frac{-5+3}{2}=-1 \rightarrow x$ (طول) رأس

$S=-\frac{b}{a}, P=\frac{c}{a}$

$(-1{,}1)=$ رأس $\Rightarrow y=a(x-h)^2+k \Rightarrow y=a(x+1)^2+1$

$-1=-\frac{b}{2a} \Rightarrow -\frac{b}{a}=-2$

$y=ax^2+2ax+a+1$

$\alpha^2+\beta^2=4-2P=5 \Rightarrow -2P=+1 \Rightarrow P=-\frac{1}{2}=\frac{c}{a}=\frac{a+1}{a} \Rightarrow -a=2a+2$

$-2=3a$

$\Rightarrow a=-\frac{2}{3}$

$\Rightarrow y=-\frac{2}{3}(x+1)^2+1$

جایگذاری $x=0$

$\Rightarrow -\frac{2}{3}\times 1+1=\boxed{\frac{1}{3}}$

۵-

$x=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-5\pm\sqrt{25+4m}}{-2}$

$\Delta=b^2-4ac=25+4m$

ریشه‌ها $x<\frac{9}{2}$

$\frac{-5+\sqrt{25+4m}}{-2}<\frac{9}{2}$ و $\frac{-5-\sqrt{25+4m}}{-2}<\frac{9}{2}$

$5-\sqrt{25+4m}<9$

$-\sqrt{25+4m}<4$

برقرار است چون همیشه منفی است.

$5+\sqrt{25+4m}<9$

$(\sqrt{25+4m}<4)^2$

$25+4m<16 \Rightarrow m<-\frac{9}{4}$

$\Delta>0 \Rightarrow 25+4m>0 \Rightarrow m>-\frac{25}{4}$

$\Rightarrow -\frac{25}{4}<m<-\frac{9}{4} \Rightarrow \boxed{m=-6,-5,-4,-3}$ ۴ مقدار

۶-

$-\frac{\Delta}{4a}=2 \Rightarrow \frac{-b^2+4ac}{4a}=\frac{-144+20m^2-4m}{4m}=2$

$x=-\frac{b}{2a}=\frac{12}{4}=\boxed{3}$

$\Rightarrow (20m^2-12m-144=0)\times 5$

$\Rightarrow 100m^2-60m-720=0$

$(10m-30)(10m+24)=0$

$m=3$

$\rightarrow -\frac{24}{10}=-2/4$ نمی‌تواند منفی باشد.

m نمی‌تواند منفی باشد چون سهمی min دارد ولی با m منفی ماکسیمم دارد.

۷-

$P = \frac{c}{a} = \frac{2a-1}{1} = \alpha\beta$

$\alpha\beta = \alpha^2$ (شرط مسئله) $\Rightarrow \alpha^2 = 2\alpha - 1 \Rightarrow \alpha^2 - 2\alpha + 1 = 0 \Rightarrow (\alpha-1)^2 = 0 \Rightarrow \boxed{\alpha = 1}$

۸-

$x^4 - 7x^2 - 5 = 0$ ($t = x^2$) $\Rightarrow t^2 - 7t - 5 = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac = 49 + 20 = 69$

$t = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$

$t = \frac{7 \pm \sqrt{69}}{2}$

منفی قابل قبول نیست. زیرا $\sqrt{49} - \sqrt{69}$ منفی است و چون $t = x^2$ نباید منفی شود.

$x^2 = \frac{7 + \sqrt{69}}{2} \Rightarrow x = \pm\sqrt{\frac{7+\sqrt{69}}{2}}$

$S = +\sqrt{\frac{7+\sqrt{69}}{2}} - \sqrt{\frac{7+\sqrt{69}}{2}} = 0$

$P = -\sqrt{\frac{(7+\sqrt{69})(7+\sqrt{69})}{4}} = -\left(\frac{7+\sqrt{69}}{2}\right)$

$2P^2 - \underbrace{3SP + 2S}_{0} = 2P^2 = 2 \times (-1)^2 \left(\frac{\sqrt{69}+7}{2}\right)^2$

چون S صفر است

$2 \times \left(\frac{69 + 49 + 14\sqrt{69}}{4}\right)$

$\frac{118 + 14\sqrt{69}}{2} = \boxed{59 + 7\sqrt{69}}$

۹-

$y = kx^2 - 4x - 6$; رأس $x = \frac{-b}{2a} = \frac{4}{2k} = \frac{2}{k}$ و رأس $y = k \times \frac{4}{k^2} - \frac{8}{k} - 6 = -\frac{4}{k} - 6$

$y = -4x - 2 \Rightarrow \left(-4 \times \frac{2}{k}\right) - 2 = -\frac{8}{k} - 2 = -\frac{4}{k} - 6 = y$

$\Rightarrow \frac{-8+4}{k} = -2 \Rightarrow \frac{4}{k} = 2 \Rightarrow k = 2$

جایگذاری در $-\frac{4}{k} - 6$: $-\frac{4}{2} - 6 = \boxed{-8}$

۱۰-

$y = -m - x$ و $y = -mx^2 + mx + 1$; هیچ نقطه‌ای $\leftarrow \Delta < 0$

$-mx^2 + mx + 1 = -m - x \Rightarrow -mx^2 + (m+1)x + 1 + m = 0$

$\Delta < 0 \Rightarrow b^2 - 4ac < 0 \Rightarrow (m+1)^2 - 4(-m)(1+m) < 0$

$m^2 + 2m + 1 + 4m + 4m^2 = 5m^2 + 6m + 1 < 0 \xRightarrow{\times 5} 25m^2 + 30m + 5 < 0$

$(5m+1)(5m+5) < 0$; $-\frac{1}{5}$ ، -1

	-1		$-\frac{1}{5}$	
$+$	0	$-$	0	$+$

$\left(-1, -\frac{1}{5}\right)$ ← محدوده m که شامل عدد صحیح نمی‌شود.

Scanned with CamScanner