۱۸/۲۵

آرمینا کبیری

گروه دهم پنجشنبه

① ۲

$$y = a(x+1)^2 + 9 \xrightarrow{(3,1)} 16a + 9 = 1$$

$$a = -\frac{1}{2}$$

$$y = -\frac{1}{2}(x+1)^2 + 9 = \boxed{-\frac{1}{2}x^2 - x + \frac{17}{2}}$$

② ۲

$$\Delta > 0 \to m^2 - 8(m+6) > 0 \to m^2 - 8m - 48 > 0$$

$$(m-12)(m+4) > 0$$

$$\begin{array}{ccccc} & -4 & & 12 & \\ \hline + & | & - & | & + \end{array}$$

$$S > 0 \to \frac{-m}{2} > 0 \to m < 0 \qquad P > 0 \to \frac{m+6}{2} > 0 \to m > -6$$

اشتراک هم $\to \boxed{m : (-6, -4)}$

۲ ث

$S = \frac{۱}{P} \rightarrow \alpha + \beta = \frac{۱}{\alpha\beta} \rightarrow \frac{-۲m+۱}{۳} = \frac{۳}{۲-m}$

$(۲-m)(۱-۲m) = ۹ \rightarrow ۲m^۲ - ۵m + ۲ = ۹$

$۲m^۲ - ۵m - ۷ = ۰ \rightarrow (m+۱)(۲m-۷) = ۰$

$m = -۱ \rightarrow ۳x^۲ - ۳x + ۳ = ۰ \rightarrow \Delta < ۰$ غ ق ق

$\rightarrow \boxed{m = \frac{۷}{۲}} \rightarrow ۳x^۲ + ۶x - \frac{۳}{۲} = ۰$ $\Delta > ۰$ ✓

④ ✓

$x^۲ - x - ۴ = ۰ \qquad x_۱^۳ + x_۲^۳ + \frac{۱}{x_۱} + \frac{۱}{x_۲}$

$= (x_۱ + x_۲)^۳ - ۳x_۱x_۲\underset{۱}{(\cancel{x_۱ + x_۲})} + \frac{x_۱ + x_۲}{x_۱x_۲}$

$= ۱ - (-۱۲) + \frac{-۱}{۴} = \frac{۵۱}{۴}$

$(x_۱^۳ + \frac{۱}{x_۲})(x_۲^۳ + \frac{۱}{x_۱}) = (x_۱x_۲)^۳ + x_۱^۲ + x_۲^۲ + \frac{۱}{x_۱x_۲}$

$= -۶۴ + (\underset{۹}{۱ - (-۸)}) + (\frac{-۱}{۴}) = \frac{-۲۲۱}{۴}$

$\boxed{y = x^۲ - \frac{۵۱}{۴}x - \frac{۲۲۱}{۴}}$

---

⑤ ✓

$\sqrt[۳]{x} = t \qquad (t^۲ + \frac{۱}{t^۲} + ۱)(t^۲ - ۱) = ۲t \to t^۴ - ۱ + ۱ - \frac{۱}{t^۲} = t^۴ - \frac{۱}{t^۲} = ۲t$

$\xrightarrow{\times t^۲} t^۶ - ۱ = ۲t^۳ \to t^۶ - ۲t^۳ - ۱ = ۰ \qquad t^۳ = \frac{۲ \pm \sqrt{۸}}{۲} = ۱ \pm \sqrt{۲}$

$t^۳ = x \to x_۱ + x_۲ = ۱ + \sqrt{۲} + ۱ - \sqrt{۲} =$ ②

---

⑥ ✓

ریشه‌ها $\to \alpha$ و $۳\alpha \to ۳\alpha^۲ = \frac{۴}{۳} \to \alpha^۲ = \frac{۴}{۹} \to \alpha = \pm\frac{۲}{۳}$

$\alpha = \frac{۲}{۳} \to a = (\frac{۲}{۳} + ۲) \times ۳ = ۸$

$\alpha = -\frac{۲}{۳} \to a = (\frac{-۲}{۳} - ۲) \times ۳ = -۸$

$\boxed{۸ - (-۸) = ۱۶}$

---

⑦ ✓

$a > ۰$

یکی از ریشه‌ها صفر پس دیگری باید مثبت باشد $\to \frac{-b}{a} > ۰ \xrightarrow{a>۰} b < ۰ \qquad ۳ + ۲a < ۰ \to ۲a < -۳ \to a < \frac{-۳}{۲}$

$-\frac{۳}{۲} \quad ۰ \qquad \cap \to \emptyset$

به ازای هیچ مقدار a

---

⑧ ✓

برای طول رأس سهمی $\to \frac{-۲}{-۱} = \frac{-a}{۱} \to a = ۲ \qquad y = x^۲ + ۲x - ۲ = ۱$

$x^۲ + ۲x - ۳ = ۰ \to x = -۳ , x = ۱$

سهمی دوم هم باید به ازای $x = ۱$, $x = -۳$ برابر $y = ۱$ شود.

$y = -(x - ۱)(x + ۳) + ۱$

$= -x^۲ - ۲x + ۴ \to b = ۴ \qquad \boxed{ab = ۸}$

سوال ۹

$S = \alpha + \beta = \frac{-۱}{۲} \qquad P = \alpha + \beta = \frac{-۳}{a}$

$S = (\alpha + ۰/۵) + (\beta + ۰/۵) = \frac{a}{۲} \to \alpha + \beta + ۱ = \frac{a}{۲} \qquad \frac{-۱}{۲} + ۱ = \frac{a}{۲}$

$a = ۱$

$P = (\alpha + ۰/۵)(\beta + ۰/۵) = \alpha\beta + ۰/۵(\alpha + \beta) + \frac{۱}{۴} = \frac{b}{۲}$

$\frac{-۳}{a} + \frac{۱}{۲}(\frac{-۱}{۲}) + \frac{۱}{۴} = \frac{b}{۲} \to b = -۶ \qquad [\frac{ab}{۴}] = [-\frac{۶}{۴}] = -۲$

راه حل با سیتی سورله

⑨ ۰/۲۵

$x^۲ - \frac{۱}{۲}x - \frac{۳}{a} = ۰ \to \alpha + \beta = \frac{۱}{۲}$ ✓

$x^۲ - \frac{a}{۲}x + \frac{b}{۴} = ۰ \to \alpha + \beta + ۲ \times \frac{۱}{۲} = \frac{a}{۲} \to \frac{۳}{۲} = \frac{a}{۲}$ ~~$a = ۳$~~

$x^۲ - \frac{۱}{۲}x - ۱ = ۰$

$(\alpha + \frac{۱}{۲})(\beta + \frac{۱}{۲}) = \underbrace{\alpha\beta}_{-۱} + \frac{۱}{۴} + \frac{۱}{۲}\underbrace{(\alpha + \beta)}_{\frac{۱}{۲}} = \frac{-۱}{۲} = \frac{b}{۴}$ ~~$\to b = -۱$~~

~~$\to \boxed{[\frac{ab}{۴}] = [\frac{-۳}{۴}] = -۱}$~~

---

⑩ ۲

$\alpha + \beta = -۶$

$\alpha + Z = -۲$

$\boxed{Z - \beta = ۴}$

ریشه مشترک : α

〃 غیرمشترک : Z ، β