۲۰

نام و نام خانوادگی ..... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..... کلاس .....

۱

رأس سهمی $\rightarrow x_s = \frac{-b}{2a} = 1 \rightarrow b = -2a \rightarrow y_s = \underbrace{a}_{a}(-1)^2 + \underbrace{b}_{-b}(-1) + c = a - \underbrace{b}_{=2a} + c = c - a = 9 \Rightarrow c = a + 9$

نقطه (۱و۳) روی سهمی است $\rightarrow 1 = 9a + \underbrace{3b}_{=6a} + c \rightarrow 15a + \underbrace{c}_{a+9} = 1 \rightarrow 16a + 9 = 1$

$16a = -8$

$a = \frac{-1}{2} \rightarrow b = -1$

$\hookrightarrow c = 1/5$

$\Rightarrow y = \frac{-1}{2}x^2 - x + 1/5$

۲

ریشه‌ها هم‌علامت $\rightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \rightarrow m^2 - 4(2)(m+4) > 0 \rightarrow m^2 - 8m - 64 > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases}$

$(m+4)(m-12) > 0$

ریشه‌ها $\rightarrow -4, 12$

$\rightarrow m \in \mathbb{R} - [-4, 12]$

$S = \frac{-b}{a}$

$P = \frac{c}{a}$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\frac{-m}{2} > 0 \rightarrow m < 0$

$\frac{m+4}{2} > 0 \rightarrow m + 4 > 0 \rightarrow m > -4$

$\Rightarrow -4 < m < -4 \quad m \in (-4, -4)$

۳

ریشه‌ها $\rightarrow \Delta > 0 \quad S = \frac{1}{9} \rightsquigarrow \frac{-b}{a} = \frac{a}{c} \rightarrow a^2 = -bc$

$\Rightarrow 9 = -(2m-1)(2-m) \rightarrow 9 = 2m^2 - 5m + 2 \rightarrow 2m^2 - 5m - 7 = 0 \rightarrow$ جمع ضرایب a, c برابر b $\Rightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = \frac{7}{2} \end{cases}$

$m = -1 \rightarrow 3a^2 - 3a + 3 = 0 \rightarrow a^2 - a + 1 = 0 \rightarrow \Delta < 0$ ریشه ندارد! غ ق ق

$m = \frac{7}{2} \rightarrow 3a^2 + 6a + \frac{1}{4} = 0 \rightarrow \Delta = 36 - 4(\frac{1}{4})(3) = 33 > 0 \checkmark$

$\rightarrow m = \frac{7}{2}$

۴

$x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = 1 \quad x_1 x_2 = -6$

$P' = \left(x_1^2 + \frac{1}{x_2}\right)\left(x_2^2 + \frac{1}{x_1}\right) = \underbrace{(x_1 x_2)^3}_{P^3} + \frac{1}{\underbrace{x_1 x_2}_{\frac{c}{a}}} + \underbrace{x_1^2 + x_2^2}_{S^2 - 2P} = -64 - \frac{1}{6} + 1 + 18 = -55/25 = P'$

$S' = \underbrace{x_1^2 + x_2^2}_{S^2 - 3PS} + \frac{1}{x_2^2} + \frac{1}{x_1} = 1 - 3(-6)(1) + \frac{1}{4} = 19/25 = S'$

$\rightarrow y = x^2 - Sx + P$

$\Rightarrow y = x^2 - 19/25x - 55/25$

۵

$\sqrt[3]{x} = t$ فرض $\rightarrow \underbrace{\left(t^2 + \frac{1}{t^2} + 1\right)}_{\frac{t^4 + t^2 + 1}{t^2}}\left(t^2 - 1\right) = 2t \rightarrow t^4 + t^2 + 1 - \frac{t^6 + t^2 + 1}{t^2} = 2t$

$\times t^2 \rightarrow t^6 + t^4 + t^2 - t^4 - t^2 - 1 = 2t^3$

$t^6 - 2t^3 - 1 = 0$

$(t^3 = \sqrt[3]{x})^3 = x$

$x - 2x - 1 = 0 \rightarrow \Delta = 1 - (-1) = 2 \rightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{8}}{2} = 1 \pm \sqrt{2}$

جمع ریشه‌ها : $S = -2 \leftarrow -2 = -S$

$S = 2$

t و $3t$ → ریشه‌ها $\xrightarrow{x=}$ $\begin{cases} 3t^2 - at + 4 \xrightarrow{\times 3} 9t^2 - 3at + 12 = 0 \\ 27t^2 - 3at + 4 = 0 \end{cases}$

$18t^2 - 8 = 0$

$t^2 = \frac{8}{18} = \frac{4}{9} \to t = \pm\frac{2}{3} \to 3t = \pm 2$

① $t = \frac{2}{3}$, $3t = 2 \xrightarrow[\checkmark \text{صدق}]{3t} 3(2)^2 - a(2) + 4 = 0$ → $a = 8$ ۶

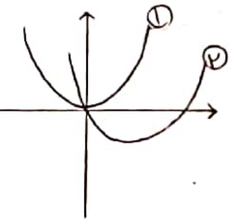
② $t = \frac{-2}{3}$, $3t = -2 \xrightarrow[\checkmark \text{صدق}]{3t} 3(-2)^2 - a(-2) + 4 = 0 \to 16 + 2a = 0$ → $a = -8$

$8 - (-8) = 16$ (یا (-16))

$c = 0$ → مبدأ گذشتن و $a > 0$

$(a \neq 0)$

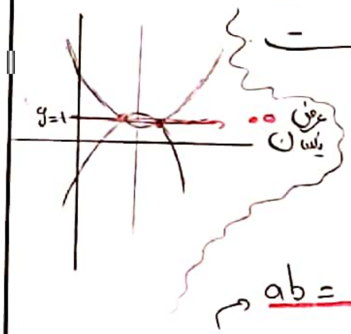
۲ حالت → ① $x_s = y_s = 0 = \frac{-b}{2a} \to 0 = \frac{-2a-3}{2a}$ یا $a = \frac{-3}{2}$ → اما $a > 0$ شیب → غ ق ق



② → $a > 0$
$\Delta > 0$
$S > 0$
$x_s > 0 \to \frac{-2a-3}{2a} > 0 \to$ $-\frac{3}{2}$, 0 : $- \mid + \mid -$ $\to -\frac{3}{2} < a < 0$ → اما $a > 0$ شیب → غ ق ق ۷

⟸ هیچ مقدار a (۰ مقدار)

خط تقارن سهمی از رأس آن عبور می‌کند و $x = x_s$ است ⟸ طول رأس ۲ سهمی برابر است



$x_{s_1} = x_{s_2} \to \frac{-a}{2} = \frac{2}{-2} = -1 \to a = 2 \to$ تلاقی ۲ سهمی : ① $y = x^2 + 2x - 2$ ، ② $y = -x^2 - 2x + b$ ۸

① → $1 = x^2 + 2x - 2 \to x^2 + 2x - 3 = 0$ ⟸ به ازای $y=1$ هر دو برابری آید

$(x+3)(x-1) = 0$
$x = -3 , 1$ → ② چون یکی از ریشه‌ها → $1 = -x^2 - 2x + b$ یا $\underset{a}{x^2} + \underset{b}{2x} + \underset{c}{1-b}$ معادله $y=1$

$b = 4$ ← $1 + 2 + 1 - b = 0$ ← برابر است پس جمع ضرایب $= 0$

→ $ab = 8$

α , β → ریشه‌ها معادله ① → $2ax + ax - 6 = 0$

$\alpha + \frac{1}{2} , \beta + \frac{1}{2}$ → ریشه‌ها معادله ② → $2x^2 - ax + b = 0$

→ $S_① + 1 = S_② \to \frac{-a}{2a} + 1 = \frac{-1}{2} + 1 = \frac{1}{2} = S_②$ ⇒ $\frac{a}{2} = \frac{1}{2}$ ⇒ $a = 1$ ۹

→ $P_① = \alpha\beta$ ، $P_② = (\alpha + \frac{1}{2})(\beta + \frac{1}{2})$
$= \alpha\beta + \frac{S_①}{2} + \frac{1}{4}$
$P_1 = \frac{-6}{2} = -3$ ، $-3 + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$
$= -2/5 = \frac{b}{2}$
→ $b = -5$

$\left[\frac{ab}{4}\right] = \left[\frac{(-5)(1)}{4}\right] = [-1/25] = -2$

$x^2 + 2x - 3m = x^2 + 6x + m$
$0 = 4x + 4m \to x = -m \xrightarrow{\text{جایگذاری}}$ $\begin{cases} m^2 - 2m - 3m = m(m-5) = 0 \to \begin{cases} m = 0 \ ✗ \\ m = 5 \ ✓ \end{cases} \\ m^2 - 6m + m = m(m-5) = 0 \begin{cases} m = 0 \ ✗ \\ m = 5 \ ✓ \end{cases} \end{cases}$ → غیرصفر باید

⟹ $x = -5$ ریشه است ، $m = 5$ → $\begin{cases} x^2 + 6x + 5 = 0 = (x+1)(x+5) \begin{cases} x = -1 \ ✓ \\ x = -5 \to \text{مشترک} \end{cases} \\ x^2 + 2x - 15 = 0 = (x-3)(x+5) \begin{cases} x = -5 \to \text{مشترک} \\ x = 3 \ ✓ \end{cases} \end{cases}$ ۱۰

$-1 - 3 = -4$
$3 - (-1) = 4$ → -4 یا 4 → 4 اگر اختلاف را مثبت بنویسیم