۲۰

نام و نام خانوادگی ......[illegible]........ پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۳... کلاس ....

۱

$S(h,k) \rightarrow y = a(x-h)^۲ + k$

$۱ = a(۳+۱)^۲ + ۹ \Rightarrow -۸ = ۱۶a \Rightarrow a = -\frac{۱}{۲}$

$\boxed{y = -\frac{۱}{۲}(x+۱)^۲ + ۹}$

۲

$\boxed{m \in (-\infty, -۴) \cup (۱۲, +\infty)}$

$۲x^۲ + mx + (m+۶) = ۰$

$\Delta > ۰ \rightarrow \Delta = b^۲ - ۴ac = m^۲ - ۴(۲)(m+۶) = m^۲ - ۸m - ۴۸ > ۰$ $m < -۴$, $m > ۱۲$

$S > ۰ \rightarrow S = -\frac{b}{a} \rightarrow S = -\frac{m}{۲} > ۰ \rightarrow \boxed{m < ۰}$

$P > ۰ \rightarrow P = \frac{c}{a} \quad P = \frac{m+۶}{۲} > ۰ \rightarrow m+۶ > ۰ \rightarrow \boxed{m > -۶}$

اشتراک: $\boxed{-۶ < m < -۴}$

۳

$S = \frac{۱}{P}$

$۳x^۲ + (۲m-۱)x + (۲-m) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} S = -\frac{b}{a} = \frac{۲m-۱}{۳} \\ P = \frac{c}{a} = \frac{۲-m}{۳} \end{cases}$

$(۲m-۷)(m+۱) = ۰ \rightarrow \cancel{m = -۱}$, $\boxed{m = \frac{۷}{۲}}$

$۲m^۲ - ۵m - ۷ = ۰$

$\xrightarrow{S = \frac{۱}{P}} -\frac{۲m-۱}{۳} = \frac{۳}{۲-m} \Rightarrow (۲m-۱)(m-۲) = ۹ \Rightarrow ۲m^۲ - ۴m - m + ۲ = ۹$

۴

$x = x^۲ - ۴ \Rightarrow x^۲ - x - ۴ = ۰ \Rightarrow \begin{cases} S = x_۱ + x_۲ = \frac{-b}{a} = ۱ \\ P = x_۱ x_۲ = \frac{c}{a} = -۴ \end{cases}$

$S' = \left(x_۱^۳ + \frac{۱}{x_۲}\right) + \left(x_۲^۳ + \frac{۱}{x_۱}\right) = \left(x_۱^۳ + x_۲^۳\right) + \left(\frac{x_۱ + x_۲}{x_۱ x_۲}\right) = S^۳ - ۳PS + \frac{S}{P} = ۱ + ۱۲ - \frac{۱}{۴} = \frac{۵۱}{۴}$

$P' = \left(x_۱^۳ + \frac{۱}{x_۲}\right)\left(x_۲^۳ + \frac{۱}{x_۱}\right) = x_۱^۳ x_۲^۳ + x_۱^۲ + x_۲^۲ + \frac{۱}{x_۱ x_۲} = P^۳ + S^۲ - ۲P + \frac{۱}{P} = -۶۴ + ۱ + ۸ - \frac{۱}{۴} = \frac{-۲۲۱}{۴}$

$\xrightarrow{x^۲ - S'x + P' = ۰} x^۲ - \frac{۵۱}{۴}x - \frac{۲۲۱}{۴} = ۰ \xrightarrow{\times ۴} ۴x^۲ - ۵۱x - ۲۲۱ = ۰$

۵

$\left(\sqrt[۳]{x^۲} + \frac{۱}{\sqrt[۳]{x^۲}} + ۱\right)\left(\sqrt[۳]{x^۲} - ۱\right) = ۲\sqrt[۳]{x} \Rightarrow \left(\frac{\sqrt[۳]{x^۲} \times \sqrt[۳]{x^۲} + ۱ + \sqrt[۳]{x^۲}}{\sqrt[۳]{x^۲}}\right)\left(\sqrt[۳]{x^۲} - ۱\right) = ۲\sqrt[۳]{x}$

$\Rightarrow \frac{\left(\sqrt[۳]{x^۴} + \sqrt[۳]{x^۲} + ۱\right)\left(\sqrt[۳]{x^۲} - ۱\right)}{\sqrt[۳]{x^۲}} = ۲\sqrt[۳]{x} \Rightarrow \frac{\left(\sqrt[۳]{x^۲}\right)^۳ - ۱^۳}{\sqrt[۳]{x^۲}} = ۲\sqrt[۳]{x}$

$\Rightarrow x^۲ - ۱ = \left(۲\sqrt[۳]{x}\right)\left(\sqrt[۳]{x^۲}\right) \Rightarrow x^۲ - ۱ = ۲x \Rightarrow x^۲ - ۲x - ۱ = ۰ \Rightarrow S = \frac{-b}{a} = \frac{-(-۲)}{۱} = ۲$

۶

$$۳x^۲-ax+۴=۰ \begin{matrix}\nearrow \alpha \\ \searrow \beta\end{matrix}$$

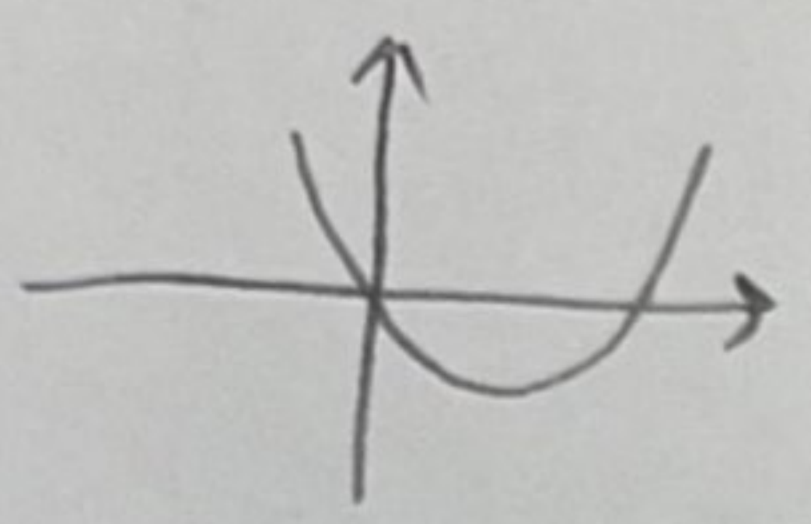
$$\alpha=۳\beta \xrightarrow{\times\alpha} \alpha^۲=۳\alpha\beta \xrightarrow{P=\alpha\beta=\frac{۴}{۳}} \alpha^۲=۳\left(\frac{۴}{۳}\right) \Rightarrow \alpha^۲=۴ \Rightarrow \alpha=\pm ۲$$

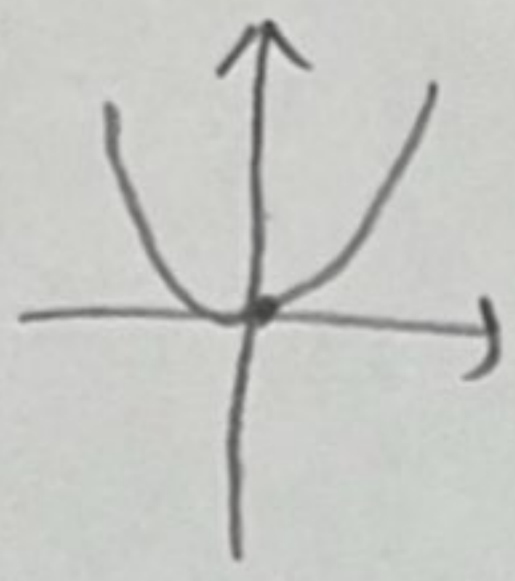
$$۳x^۲-ax+۴=۰ \xrightarrow{\alpha=۲} ۳\times۴-۲a+۴=۰ \longrightarrow a=۸$$

$$۳x^۲-ax+۴=۰ \xrightarrow{\alpha=-۲} ۳\times۴+۲a+۴=۰ \longrightarrow a=-۸$$

$$۸-(-۸)=۱۶$$

۷





$$★ \longrightarrow -\frac{۳+۲a}{a} \geq ۰ \Rightarrow -\frac{۳+۲a}{a} \leq ۰$$

$$\xrightarrow{a>۰} ۳+۲a \leq ۰ \longrightarrow a \leq -\frac{۳}{۲} \xrightarrow{a>۰}$$ اشتراک وجود ندارد

$a>۰$

تقاطع با محور xها $\longrightarrow y=۰ \Rightarrow x(ax+۳+۲a)=۰ \Rightarrow \begin{cases} x=۰ \\ ax+۳+۲a \end{cases}$

$$x=-\frac{۳+۲a}{a}$$

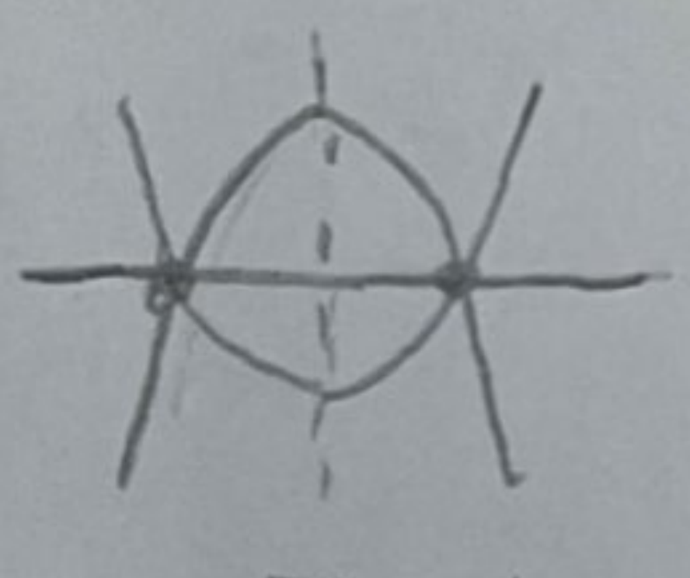
نقطه تقاطع با xها ≥ ۰

★

۸

$y=x^۲+ax-۲ \longrightarrow$ محور تقارن: $x=-\frac{a}{۲}$

$y=-x^۲-۲x+b \longrightarrow$ محور تقارن: $x=-\frac{-۲}{۲(-۱)}=-۱ \longrightarrow -\frac{a}{۲}=-۱ \longrightarrow a=۲$



$$x^۲+۲x-۲=۱ \longrightarrow x^۲+۲x-۳=۰ \longrightarrow (x+۳)(x-۱)=۰$$

$x=-۳$ ، $x=۱$

(۱,۱) و (-۳,۱)

$$y=-x^۲-۲x+b \xrightarrow{(۱,۱)} ۱=-۱-۲+b \longrightarrow b=۴ \qquad ab=۲\times۴=۸$$

۹

$$۲ax^۲+ax-۶=۰ \begin{matrix}\nearrow \alpha \\ \searrow \beta\end{matrix} \qquad ۲x^۲-ax+b=۰ \begin{matrix}\nearrow \beta+\frac{۱}{۲} \\ \searrow \alpha+\frac{۱}{۲}\end{matrix}$$

$$S=\alpha+\beta=-\frac{a}{۲a}=-\frac{۱}{۲} , P=\alpha\beta=-\frac{۶}{۲a}=-\frac{۳}{a}$$

$$S'=-\frac{-a}{۲} \Rightarrow \left(\alpha+\frac{۱}{۲}\right)+\left(\beta+\frac{۱}{۲}\right)=\frac{a}{۲} \longrightarrow \alpha+\beta+۱=\frac{a}{۲} \longrightarrow -\frac{۱}{۲}+۱=\frac{a}{۲} \longrightarrow a=۱$$

$$P'=\frac{b}{۲} \Rightarrow \left(\alpha+\frac{۱}{۲}\right)\left(\beta+\frac{۱}{۲}\right)=\frac{b}{۲} \Rightarrow \alpha\beta+\frac{۱}{۲}(\alpha+\beta)+\frac{۱}{۴}=\frac{b}{۲} \Rightarrow -\frac{۳}{۱}+\frac{۱}{۲}\left(-\frac{۱}{۲}\right)+\frac{۱}{۴}=\frac{b}{۲} \rightarrow b=-$$

$$\left[\frac{ab}{۴}\right]=\left[\frac{(۱)(-۶)}{۴}\right]=\left[-\frac{۳}{۲}\right]=[-۱/۵]=-۲$$

۱۰

$$\begin{cases} x^۲+۶x+m=۰ \Rightarrow \text{مجموع ریشه‌ها: } \alpha+\beta_۱=-۶ \\ x^۲+۲x-۳m=۰ \Rightarrow \text{مجموع ریشه‌ها: } \alpha+\beta_۲=-۲ \end{cases} \xrightarrow{\text{تفاضل طرفین}} (\alpha+\beta_۱)-(\alpha+\beta_۲)=-۶-(-۲)$$

$$\Rightarrow \beta_۱-\beta_۲=-۴$$

$$|\beta_۱-\beta_۲|=۴$$