نام و نام خانوادگی .....مهسا هاشمی..... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...۲۲... کلاس ...دهم ریاضی...

۲۰

۱

$ext \begin{cases} \frac{-b}{2a} = -1 \rightarrow b = 2a \\ \frac{-\Delta}{4a} = \frac{-b^2+4ac}{4a} = \frac{-(4a)^2+4ac}{4a} = \frac{4a(-a+c)}{4a} = 9 \rightarrow c = a+9 \end{cases}$

$(3,1) \rightarrow 1 = 9a + 3\overbrace{b}^{2a} + \overbrace{c}^{a+9} \rightarrow 1 = 9a+6a+a+9 \rightarrow -8 = 16a \rightarrow a = -\frac{1}{2} / b = -1 / c = \frac{17}{2}$

$y = -\frac{1}{2}x^2 - x + \frac{17}{2} \Rightarrow 2y = -x^2 - 2x + 17$

۲

دو ریشه $\rightarrow \Delta > 0 \rightarrow b^2 - 4ac > 0 \rightarrow m^2 - 8m - 48 > 0 \rightarrow (m-12)(m+4) > 0 \rightarrow$ (+ در $-\infty$، − در -4، + در 12، + در $+\infty$) $\rightarrow (-\infty,-4) \cup (12,+\infty)$

دو ریشه منفی: $S > 0 \rightarrow \frac{-b}{a} > 0 \rightarrow \frac{-m}{2} > 0 \rightarrow -m > 0 \rightarrow m < 0 \rightarrow (-\infty, 0)$

$P > 0 \rightarrow \frac{c}{a} > 0 \rightarrow \frac{m+6}{2} > 0 \rightarrow m+6 > 0 \rightarrow m > -6 \rightarrow (-6, +\infty)$

$[(-\infty,-4) \cup (12,+\infty)] \cap (-\infty, 0) \cap (-6, +\infty) = (-6, -4)$

۳

$S = \frac{1}{P} \rightarrow \frac{-b}{a} = \frac{1}{\frac{c}{a}} \rightarrow \frac{-b}{a} = \frac{a}{c} \rightarrow \frac{-2m+1}{3} = \frac{3}{2-m} \rightarrow 9 = -6m + 2m^2 + 2 - m$

$\rightarrow 2m^2 - 5m - 7 = 0 \xrightarrow{a+c=b} m = -1, \ m = \frac{-c}{a} = \frac{7}{2}$

$m=-1 \rightarrow 3x^2 - 4x + 3 = 0 \rightarrow \Delta = 9 - 36 < 0 \times \rightarrow$ ریشه ندارد $\rightarrow$ معادله ۲ ریشه دارد

$m = \frac{7}{2} \rightarrow 3x^2 + 7x - \frac{3}{2} = 0 \checkmark \rightarrow$ ۲ ریشه دارد $\rightarrow \Delta > 0 \Rightarrow m = \frac{7}{2}$

۴

$x^2 - Sx + P = 0$

$x^2 - x - 4 = 0 \rightarrow S = 1, \ P = -4$

$(x_1 - x_2)^2 = x_1^2 + x_2^2 - 2x_1x_2 \rightarrow x_1^2 + x_2^2 = 9$

S خواسته: $x_1^2 + \frac{1}{x_2} + x_2^2 + \frac{1}{x_1} = \frac{x_1^3 + x_2^3}{P} + \frac{1}{P} = \frac{S^3 - 3SP}{P} + \frac{1}{P} = \frac{1 - 3 \times 1 \times (-4)}{-4} + \frac{1}{-4} = \frac{-13}{4}$

P خواسته: $\left(x_1^2 + \frac{1}{x_2}\right)\left(x_2^2 + \frac{1}{x_1}\right) = (x_1x_2)^2 + \frac{x_1^4}{x_2} + \frac{x_2^4}{x_1} + \frac{1}{x_1x_2} = 16 + 9 - \frac{1}{4} = \frac{-221}{4}$

$x^2 + \frac{13}{4}x - \frac{221}{4} \rightarrow 4x^2 + 13x - 221 = 0$

۵

$\sqrt[3]{x} = t \rightarrow \frac{(t^2 - 1)\left(t^2 + \frac{1}{t^2} + 1\right)}{t} = \frac{7}{t} \rightarrow \left(t^2 + \frac{1}{t^2} + 1\right)\left(t - \frac{1}{t}\right) = 7 \rightarrow t^3 - \frac{1}{t^3} = 7$

$t = \sqrt[3]{x} \rightarrow t^3 = x \rightarrow x - \frac{1}{x} = 7 \rightarrow x^2 - 7x - 1 = 0 \rightarrow x = \frac{7 \pm \sqrt{49+4}}{2}$

$x = \frac{7 \pm 2\sqrt{7}}{2} = 1 \pm \sqrt{7} \xrightarrow{x_1 > x_2} 1 + \sqrt{7} + 1 - \sqrt{7} = 2$

۶

$\alpha , \beta \rightarrow \beta = ۳\alpha$

$S = \alpha + ۳\alpha = ۴\alpha = \frac{a}{۳} \rightarrow a = ۱۲\alpha \longrightarrow \left(a = ۲\sqrt{a^۲ - ۴۸}\right)^۲$

اختلاف ریشه‌ها $= \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{\sqrt{a^۲ - ۴۸}}{۳} = \frac{۳\alpha - \alpha}{۲\alpha} \rightarrow \frac{۶ \times \sqrt{a^۲ - ۴۸}}{۳} = ۱۲\alpha$

$a^۲ = ۴a^۲ - ۱۹۲$

$۱۹۲ = ۳a^۲ \rightarrow a^۲ = ۶۴$

$a = \pm ۸$

اختلاف a ها $= ۸ - (-۸) = ۱۶$

۷

حالت اول، سهمی ریشه‌دار:

$a > ۰ \rightarrow Min$

$\Delta > ۰ \rightarrow (۳ + ۲a)^۲ \geq ۰ \rightarrow \mathbb{R}$

$S \geq ۰ \rightarrow \frac{-۳ - ۲a}{a} \geq ۰ \rightarrow$ (جدول تعیین علامت: $-\frac{۳}{۲}$ ، ۰ ؛ $- \; + \; -$) $\rightarrow [-\frac{۳}{۲}, ۰)$

$P \geq ۰ \rightarrow \frac{c}{a} = ۰ \rightarrow$ همواره برقرار است

$(۰, +\infty) \cap \mathbb{R} \cap [-\frac{۳}{۲}, ۰) \cap \mathbb{R} = \varnothing$

حالت دوم، سهمی بدون ریشه:

$a > ۰$

$\Delta < ۰ \rightarrow (۳ + ۲a)^۲ < ۰$ ✗

S ✗

P ✗

۸

$\frac{-b}{۲a}$ اولی $= \frac{-b}{۲a}$ دومی $\rightarrow \frac{-a}{۲} = \frac{+۲}{-۲} \rightarrow -a = -۲ \rightarrow a = ۲$

$y = ۱$:

$۱ = x^۲ + ۲x - ۲ \rightarrow x^۲ + ۲x - ۳ = ۰ \rightarrow (x + ۳)(x - ۱) = ۰ \rightarrow x = -۳ , x = ۱$

$۱ = -x^۲ - ۲x + b$:

$x = -۳$: $۱ = -۹ + ۶ + b \rightarrow b = ۴$

$۱ = -۱ - ۲ + b \rightarrow b = ۴$

$ab = ۲ \times ۴ = ۸$

۹

$۲x^۲ - ax + b = ۰ \xrightarrow{\text{ریشه‌ها}} (\alpha + ۰/۵) , (\beta + ۰/۵) \rightarrow S = \alpha + \beta + ۱ = \frac{a}{۲} \rightarrow \alpha + \beta = \frac{a}{۲} - ۱$

$۲ax^۲ + ax - ۶ = ۰ \xrightarrow{\text{ریشه‌ها}} \alpha , \beta \rightarrow \alpha + \beta = \frac{-a}{۲a} = \frac{-۱}{۲} \longrightarrow \frac{-۱}{۲} = \frac{a}{۲} - ۱ \rightarrow \frac{-۱}{۲} + \frac{۲}{۲} = \frac{a}{۲}$

$a = ۱$

$a = ۱$: $۲x^۲ + x - ۶ = ۰ \longrightarrow \frac{-۱ \pm \sqrt{۴۹}}{۴} \rightarrow \alpha = \frac{۳}{۲} , \beta = -۲ \longrightarrow \alpha + ۰/۵ = \frac{۴}{۲} / \beta + ۰/۵ = \frac{-۳}{۲}$

$P = \frac{c}{a} = \frac{b}{۲} = \frac{-۳}{۲} \times \frac{۴}{۲} = -۳ \longrightarrow b = -۶$

$\left[\frac{ab}{۴}\right] = \left[\frac{-۶}{۴}\right] = [-۱/۵] = -۲$

۱۰

$x^۲ + ۶x + m = ۰ \xrightarrow{\text{ریشه‌ها}} \alpha , \beta \rightarrow S = -\alpha - \beta = +۶$

$S = \frac{-b}{a}$

$x^۲ + ۲x - ۳m = ۰ \xrightarrow{\text{ریشه‌ها}} \alpha , \theta \longrightarrow S = \alpha + \theta = -۲$

$|\theta - \beta| = ۴$