باران کوچکی / دفتر ۲ تکلیف ۲۳ ۲۰

۱

$S \,\Big|\, \begin{matrix} -1 \\ 9 \end{matrix} \qquad \Big|\, \begin{matrix} 3 \\ 1 \end{matrix} \qquad y = a(x+1)^2 + 9 \qquad 1 = a(4)^2 + 9 \Rightarrow 16a + 9 = 1$

$16a = -8 \quad a = -\frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{-\frac{1}{2}(x+1)^2 + 9}$

۲

۲

$2x^2 + mx + m + 6 = 0$

$\Delta > 0 \quad m^2 - 4(m+6)(2) > 0 \quad m^2 - 4(2m+12) > 0 \quad m^2 - 8m - 48 > 0 \quad (m-12)(m+4)$ $\quad \begin{matrix} -4 & & 12 \\ + & - & + \end{matrix}$ $\quad m > 12 \;\; m < -4 \;\; (1)$

$S > 0 \quad \frac{-m}{2} > 0 \quad m < 0 \;\; (2)$

$P > 0 \quad \frac{m+6}{2} > 0 \quad m > -6 \;\; (3)$

$(1) \cap (2) \cap (3) \Rightarrow -6 < m < -4$

$\boxed{(-6, -4)}$

۳

۳

$3x^2 + (2m-1)x + 2 - m = 0 \Rightarrow \Delta > 0 \quad S = \frac{1}{P}$

$\frac{1-2m}{3} = \frac{3}{2-m} \Rightarrow (1-2m)(2-m) = 9 \Rightarrow 2 - m - 4m + 2m^2 = 9$

$\Rightarrow 2m^2 - 5m - 7 = 0 \Rightarrow m = \cancel{-1}, \frac{7}{2} \qquad \boxed{m = \frac{7}{2}}$

دلتا رو چک کنید!!

۴

۴

$x^2 - x - 4 = 0$ مجموع جدید $S = x_1^3 + x_2^3 + \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = S^3 - 3SP + \frac{S}{P}$

$S = 1 \;\; P = -4 \qquad 1 - 3 \times -4 + \frac{-1}{4} = 13 - \frac{1}{4} = \frac{51}{4} \; S$

$(x_1^3 + \frac{1}{x_2})(x_2^3 + \frac{1}{x_1}) \Rightarrow P\!: (x_1 . x_2)^3 + x_1^2 + x_2^2 + \frac{1}{x_1 . x_2} \Rightarrow$

$P^3 + S^2 - 2P + \frac{1}{P} \Rightarrow -64 + 9 + (-\frac{1}{4}) \Rightarrow -\frac{221}{4}$

$\boxed{y = x^2 - \frac{51}{4}x - \frac{221}{4}}$

۲

۵

$\sqrt[3]{x^4} - \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} = 2\sqrt[3]{x} \qquad \frac{\sqrt[3]{x^6} - 1}{\sqrt[3]{x^2}} = 2\sqrt[3]{x}$

$x^2 - 1 = 2x \qquad x^2 - 2x - 1 = 0 \qquad \boxed{S = 2}$

۴

$۳x^2 - ax + ۴ = ۰ \quad \alpha, ۳\alpha \quad ۴\alpha = \frac{a}{۳} \quad ۳\alpha^2 = \frac{۴}{۳} \quad \alpha^2 = \frac{۴}{۹}$

$\alpha = \pm\frac{۲}{۳}$

$\left.\begin{array}{l} ۴\times\frac{۲}{۳} = \frac{۸}{۳} \\ ۴\times-\frac{۲}{۳} = -\frac{۸}{۳} \end{array}\right\} \quad ۸-(-۸) \quad ۸+۸=۱۶$ ۶

$a \geq ۰$ ①

$\Delta \geq ۰ \quad (۳+۲a)^2 \geq ۰ \quad a \in \mathbb{R}$ ②

$S \geq ۰ \quad \frac{-۲a-۳}{a} \geq ۰ \quad \begin{array}{ccc} -\frac{۳}{۲} & & ۰ \\ \hline - & + & - \end{array} \quad [-\frac{۳}{۲}, ۰)$ ③

$P = ۰$ ✓

$① \cap ② \cap ③ = \emptyset$ ۷

$y = x^2 + ax - ۲ \Rightarrow \frac{-a}{۱} = \frac{۲}{-۱} \quad a = ۲$

$y = -x^2 - ۲x + b$

$x^2 + ۲x - ۲ = ۱$

$-x^2 - ۲x + b = ۱$

$b - ۲ = ۲ \quad b = ۴ \qquad ۲\times۴ = ۸$ ۸

$۲ax^2 + ax - ۶ = ۰ \qquad ۲x^2 - ax + b = ۰ \qquad \alpha+\beta+۱ = \frac{a}{۲} \qquad \frac{۱}{۲} = \frac{a}{۲}$

$\alpha+\beta = \frac{-۱}{۲} \quad \alpha\cdot\beta = -۳ \qquad (\frac{۱}{۲}+\alpha)(\frac{۱}{۲}+\beta) \Rightarrow \frac{۱}{۴} - \frac{۱}{۴} - ۳ = \frac{b}{۲} \qquad a = ۱$

$\Rightarrow b = -۶$

$\left[\frac{۱\cdot-۶}{۴}\right] = \left[\frac{-۶}{۴}\right] = -۲$ ۹

$x^2 + ۶x + m = ۰ \qquad x^2 + ۲x - ۳m = ۰$

$\alpha+\beta = -۶ \Rightarrow \alpha = -۶-\beta \qquad -۶-\beta = -۲-\gamma$

$\alpha+\gamma = -۲ \Rightarrow \alpha = -۲-\gamma \qquad -\beta+\gamma = ۴$ ۱۰