۲۵

نام و نام خانوادگی ..... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۲۳ کلاس .....

۱

$$\begin{cases} \frac{-b}{2a} = -1 \\ \frac{-\Delta}{4a} = 9 \end{cases} \quad \begin{cases} 1 = 9a + 3b + c \\ 9 = a - b + c \end{cases}$$

$$-8 = 8a + 4b \rightarrow 2a = -2 - b \rightarrow \frac{-b}{2a} = \frac{-b}{-2-b} = -1$$

گزینه ۳

$\rightarrow b = -1 , a = \frac{-1}{2} , c = \frac{17}{2}$

$\rightarrow y = \frac{-m^2}{2} - m + \frac{17}{2}$

۲

① $\Delta > 0 \rightarrow b^2 - 4ac = m^2 - 8m - 240 > 0 \rightarrow (m-12)(m+4) > 0$

$\rightarrow m < -4 , m > 12$

② $S > 0 \rightarrow \frac{-b}{a} > 0 \rightarrow \frac{-m}{2} > 0 \rightarrow \frac{m}{2} < 0 \rightarrow m < 0$

③ $P > 0 \rightarrow \frac{m+4}{2} > 0 \rightarrow m > -4$

گزینه ۳

$\rightarrow m \in (-4, -4)$

۳

$S = \frac{1}{P} \rightarrow \frac{-b}{a} = \frac{a}{c} \rightarrow a^2 = -bc \rightarrow 9 = -(2-m)(2m-1)$

$2m^2 - 5m + 2 - 9 = 2m^2 - 5m - 7 = 0 \rightarrow m^2 - 5m - 14 = 0 \rightarrow (m-7)(m+2) = 0$

$m = \frac{7}{2} , -1$

$\rightarrow \Delta > 0 \rightarrow m = -1 \rightarrow 2m^2 - 3m + 1 = 0 \rightarrow \Delta = 9 - 12 = -3 \times$

$\hookleftarrow m = \frac{7}{2} \rightarrow 2m^2 - 4m - 10 = 0 \rightarrow \Delta = 24 + 16 = 40 \surd \rightarrow m = \frac{7}{2}$

گزینه ۳

۴

$x_1 + x_2 = S = 1 \quad / \quad x_1 \cdot x_2 = P = -4$

$S' = x_1^2 + \frac{1}{x_2} + x_2^2 + \frac{1}{x_1} = (S^2 - 2SP) + \frac{x_1 + x_2}{x_1 \cdot x_2} = 14 - \frac{1}{4} = \frac{51}{4}$

$P' = (x_1^2 + \frac{1}{x_2})(x_2^2 + \frac{1}{x_1}) = (x_1 \cdot x_2)^2 + \underbrace{\frac{x_1^2 x_2^2}{(x_1+x_2)^2 - 2x_1x_2}}_{} + \frac{1}{x_1 \cdot x_2}$

$= 4^2 + 1 - 2(-4) + \frac{1}{-4} = 16 + 1 + 8 - \frac{1}{4} = \frac{121}{4}$

گزینه ۳

$\rightarrow (x')^2 - \frac{51}{4}x' + \frac{121}{4} = 0$

۵

$(\sqrt[3]{x^2} + \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} + 1)(\sqrt[3]{x^2} - 1) = 2\sqrt[3]{x} \xrightarrow{\times \sqrt[3]{x^2}} (\sqrt[3]{x^2} + 1 + \sqrt[3]{x^4})(\sqrt[3]{x^2} - 1) = 2x - 1$

$\rightarrow x^2 - 1 = 2x \rightarrow x^2 - 2x - 1 = 0 \rightarrow S = 2$

گزینه ۳

۶

$\alpha+\beta=\frac{a}{3}$, $\alpha\cdot\beta=\frac{2}{3}$

اگر $\beta=3\alpha$ باشد: $\rightarrow \alpha(3\alpha)=\frac{2}{3} \rightarrow 3\alpha^2=\frac{2}{3} \rightarrow \alpha=\pm\frac{2}{3}$ (جواب ۲)

$a=3(\alpha+\beta)=3(\alpha+3\alpha)=12\alpha \xrightarrow{\alpha=\frac{2}{3}} a_1=8$

$\xrightarrow{\alpha=-\frac{2}{3}} a_2=-8$ } $a_1-a_2=8-(-8)=\boxed{16}$

(۲)

۷

$y=ax^2+(3+2a)x \rightarrow y=x(ax+3+2a) \longrightarrow x=0\ ,\ x=-\frac{3+2a}{a}\ (a\neq 0)$

$\longrightarrow$ از مبدا مختصات می‌گذرد $\rightarrow$ دو عرض از مبداء $\rightarrow a>0$ min $\rightarrow$ در ناحیه سوم

$\rightarrow$ جمع ریشه‌ها مثبت است $\rightarrow$ یک ریشه مثبت و یک ریشه صفر

$-\frac{b}{a}=\frac{-3-2a}{a}>0 \rightarrow$ (جدول تعیین علامت: $-\frac{3}{2}$ ، 0 : $-\ \ +\ \ -$) $\rightarrow -\frac{3}{2}<a<0$

$\rightarrow (-\frac{3}{2},0)\cap(0,+\infty)=\varnothing \rightarrow$ هیچ مقدار از a

(۳)

۸

$y=x^2+ax-2 \rightarrow$ محور تقارن $=\frac{-a}{2}$

$y=-x^2-2x+b \rightarrow$ محور تقارن $=-1$

} $-\frac{a}{2}=-1 \rightarrow a=2$

$(f,1)\ ,\ (e,1) \rightarrow f^2+2f-2=1 \rightarrow f^2+2f-3=0 \rightarrow (f+3)(f-1)=0 \rightarrow f=-3,1$

$f=-3 \rightarrow (-3,1) \rightarrow -9+6+b=1 \rightarrow b=4$

$f=1 \rightarrow (1,1) \rightarrow -1-2+b=1 \rightarrow b=4$ $\Rightarrow \boxed{a\times b=2\times 4=8}$

(۲)

۹

$2x^2-ax+b=0 \rightarrow S=\frac{a}{2}$ / $2x^2+ax-6=0 \rightarrow S'=S-1=-\frac{a}{2}=-\frac{1}{2}$

$2x^2-x+b=0$ / $2x^2+x-6=0 \rightarrow x^2+x-12=0 \rightarrow (x+4)(x-3)=0 \rightarrow x=-2$ یا $x=\frac{3}{2}$

$\rightarrow x_1\cdot x_2=-3 \rightarrow \frac{b}{2}=-3 \rightarrow b=-6$

$\rightarrow \left[\frac{ab}{4}\right]=\left[\frac{-6}{4}\right]=\left[\frac{-3}{2}\right]=\boxed{-2}$

(۳)

۱۰

$\beta=$ ریشه مشترک $-$ $\begin{cases}\beta^2+6\beta+m=0\\ \beta^2+2\beta-3m=0\end{cases} \rightarrow 4\beta+4m=0 \rightarrow m=-\beta$

$\xrightarrow{m=-\beta} \beta^2+6\beta-\beta=0 \rightarrow \beta^2+5\beta=0 \rightarrow \beta(\beta+5)=0$ $\begin{cases}\beta=0\ \times\\ \beta=-5 \rightarrow m=+5\ \checkmark\end{cases}$

$\xrightarrow{m=5} x^2+6x+5=0 \rightarrow (x+5)(x+1)=0 \rightarrow x=-5,\boxed{-1}$

$x^2+2x-15=0 \rightarrow (x+5)(x-3)=0 \rightarrow x=-5,\boxed{3}$ → ریشه‌های غیرمشترک

$\rightarrow 3-(-1)=\boxed{4}$

(۳)