۲۰

۱.

$\frac{-b}{2a}=-1 \quad b=2a \quad x=-1 \quad a-b+c=9 \quad -a+c=9 \quad x=3$

$9a+3b+c=1 \quad 16a=-8 \quad a=-\frac{1}{2} \quad b=2(-\frac{1}{2})=-1, \quad c=9-\frac{1}{2}=\frac{17}{2}$

$y=-\frac{1}{2}x^2-x+\frac{17}{2}$

۲.

$y=2x^2+mx+m+6=0 \xrightarrow{\text{۲ ریشه دارد}} m^2-4(2m+12)>0 \quad m^2-8m-48>0$

$(m+4)(m-12)>0 \quad \begin{matrix} -4 & & 12 \\ + & - & + \end{matrix}$

① $m\in(-\infty,-4)\cup(12,+\infty)$ ② $S=-\frac{m}{2}>0 \rightarrow m<0$ ③ $\frac{m+6}{2}>0 \quad m>-6$

① ② ③ اشتراک $-6<m<-4$

۳.

$2x^2+(2m-1)x+2-m=0$ دو ریشه دارد $4m^2+1-4m-4(4-2m)>0 \rightarrow 4m^2+8m-32>0$

$\frac{-8\pm\sqrt{64-4(-92)}}{8}=\frac{-8\pm\sqrt{2^4(2^2+23)}}{8}=\frac{-2\pm\sqrt{27}}{2} \quad \begin{matrix} -1-\frac{\sqrt{27}}{2} & & -1+\frac{\sqrt{27}}{2} \\ + & - & + \end{matrix}$

① $m\in(-\infty,\underbrace{-1-\frac{\sqrt{27}}{2}}_{\simeq -\frac{7}{2}})\cup(\underbrace{-1+\frac{\sqrt{27}}{2}}_{\simeq\frac{3}{2}},+\infty)$ ② $\alpha+\beta=\frac{1}{\alpha\beta} \quad \frac{-2m+1}{2}=\frac{1}{\frac{2-m}{2}}$

$2m^2-5m-7=0 \quad (2m-7)(m+1)=0 \rightarrow m \begin{cases} ① -1 \times \\ ② \frac{7}{2} \end{cases}$ ① ② اشتراک $\boxed{m=\frac{7}{2}}$

۴.

$x^2-x-4=0 \quad S=1 \quad P=-4 \quad x_2^3+x_1^3+\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_1}$

$=(x_1+x_2)^3-3(-4)(x_1+x_2)+\frac{x_1+x_2}{x_1x_2}=1+12+\frac{-1}{4}=\frac{51}{4}=S$

$(x_2^3+\frac{1}{x_1})(x_1^3+\frac{1}{x_2})=(x_1x_2)^3+x_1^2+x_2^2+\frac{1}{x_1x_2}=-64+9-\frac{1}{4}=\frac{-221}{4}$

$y=x^2-\frac{51}{4}x-\frac{221}{4}$

۵.

$\sqrt[3]{x^2}=t \quad (t+\frac{1}{t}+1)(t-1)=t^2-\frac{1}{t} \rightarrow \sqrt[3]{x^2}-\frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}=2\sqrt[3]{x}$

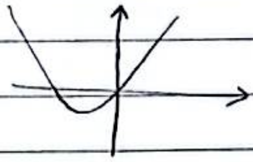
$\frac{\sqrt[3]{x^4}-1}{\sqrt[3]{x^2}}=2\sqrt[3]{x} \quad x^2-1=2x \quad x^2-2x-1=0 \quad \boxed{S=2}$

/ /

$۳x^۲ - ax + ۴ = ۰ \quad \alpha = ۳\beta \to P = \frac{۴}{۳} \quad ۳\beta^۲ = \frac{۴}{۳} \quad \beta^۲ = \frac{۴}{۹}$ ۶

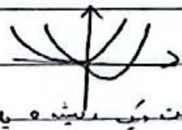
$\beta \to \frac{۲}{۳}$

$\llcorner \to \frac{-۲}{۳} \qquad \alpha \begin{cases} ۲ \\ -۲ \end{cases} \qquad S \begin{cases} \frac{۸}{۳} = \frac{a}{۳} & a = ۸ \\ -\frac{۸}{۳} = \frac{a}{۳} \to a = -۸ \end{cases} \qquad ۸ + ۸ = ۱۶$



$y = ax^۲ + (۳ + ۲a)x \to$ ① $a > ۰$ ②

α دارای دو ریشه شد



$\Delta \geq ۰ \quad ۹ + ۴a^۲ + ۱۲a \geq ۰$

دارای یک ریشه مثبت، یک ریشه ۰ یا ریشه مضاعف

$(۲a+۳)^۲ \geq ۰$ ② $a \neq -\frac{۳}{۲}$

(هیچ مقدار)

③ $S \geq ۰ \to \frac{-۳ - ۲a}{a} \geq ۰ \quad -\frac{۳}{۲} > ۰$ ① ②③ اشتراک Q

$y = -x^۲ - ۲x + b \quad y = x^۲ + ax - ۲ \quad \frac{-b}{۲a} = \frac{۲}{-۲} = -\frac{a}{۲} \quad a = ۲$ ۸

$۱ = -x^۲ - ۲x + b$

$۱ = x^۲ + ۲x - ۲ \qquad ۲ = -۲ + b \quad b = ۴ \quad ab = ۲ \times ۴ = ۸$

۹

$۲ax^۲ + ax - ۶ = ۰ \quad S = \frac{-a}{۲a} = \frac{-۱}{۲} \quad P = -\frac{۶}{۲} = -۳ \quad ۲x^۲ - ax + b = ۰$

$S = \alpha + \frac{۱}{۲} + \beta + \frac{۱}{۲} = -\frac{۱}{۲} + \frac{۱}{۲} + \frac{۱}{۲} + \frac{۱}{۲} = \frac{-(-a)}{۲} \quad a = ۱$

$P = (\alpha + \frac{۱}{۲})(\beta + \frac{۱}{۲}) = \alpha\beta + \frac{۱}{۲}(\alpha + \beta) + \frac{۱}{۴} = +\frac{b}{۲} \quad -۳ + \frac{۱}{۲}(-\frac{۱}{۲}) + \frac{۱}{۴} = +\frac{b}{۲}$

$\boxed{b = -۶} \qquad ab = (-۶) \times ۱ = -۶ \qquad \left[\frac{\overset{-۶}{\widetilde{ab}}}{۴}\right] = \left[-\frac{۳}{۲}\right] = -۲$

۱۰

$x^۲ + ۶x + m = ۰ \quad S = -۶ \quad \alpha = -۶ - \beta \quad x^۲ + ۲x - ۳m = ۰ \quad S = -۲$

ریشه مشترک

$\alpha = -۲ - \gamma$ ② ①,② $-۶ - \beta = -۲ - \gamma \quad \gamma - \beta =$ ④