۲۵

Subject:

Date: . . No:

آترین فروتن ـ تالیف ۲۴

سوال ۱) ۲

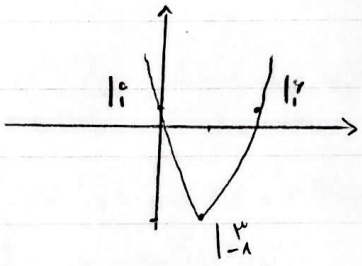
الف) $Min \begin{cases} \frac{-b}{2a} = \frac{4}{2\times 2} = 1 \\ 2(1)^2 - 4(1) + 1 = -1 \end{cases}$

ب) $Max \begin{cases} -\frac{b}{2a} = \frac{-4}{-2\times 2} = \frac{3}{4} \\ \frac{-\Delta}{4a} = \frac{-b^2+4ac}{4a} = \frac{-9+4(-2)(-3)}{4\times(-2)} = \frac{31}{-8} \end{cases}$

سوال ۲) ۲

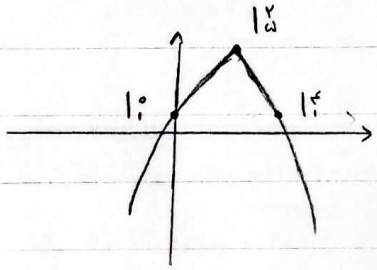
الف) $Min \begin{cases} \frac{-b}{2a} = \frac{6}{2\times 1} = 3 \\ 3^2 - 6(3) + 1 = -8 \end{cases}$

نقطه می‌دهیم: $\begin{vmatrix} 0 \\ 1 \end{vmatrix}$ $\begin{vmatrix} 6 \\ 36-36+1=1 \end{vmatrix}$



ب) $Max \begin{cases} \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{2(-1)} = 2 \\ -2^2 + 4(2) + 1 = 5 \end{cases}$

نقطه می‌دهیم: $\begin{vmatrix} 0 \\ 1 \end{vmatrix}$ $\begin{vmatrix} 4 \\ 1 \end{vmatrix}$



سوال ۳) ۳

$4(\alpha+\beta)(\alpha^2-\alpha\beta+\beta^2) + k((\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta) - 9(\alpha+\beta) - 4 = 0$

$(\alpha+\beta)^2-3\alpha\beta$

$\hookrightarrow 4(1)(1^2-3(-2)) + k(1^2-2(-2)) - 9(1) - 4 = 0$

$28 + 5k - 9 - 4 = 0 \longrightarrow 5k = -15 \longrightarrow k = -3$

$+ \begin{cases} 4\alpha^3 + k\alpha^2 - 9\alpha - 2 = 0 \\ 4\beta^3 + k\beta^2 - 9\beta - 2 = 0 \end{cases}$

$4(\alpha^3+\beta^3) + k(\alpha^2+\beta^2) - 9(\alpha+\beta) - 4 = 0$

سوال ۴) ۲

$\sqrt{\alpha} - \sqrt{\beta} = 1 \xrightarrow{\text{توان ۲}} (\sqrt{\alpha} - \sqrt{\beta})^2 = 1^2 \longrightarrow \alpha+\beta-2\sqrt{\alpha\beta} = 1$

$S = -\frac{b}{a} = 3m$

$\longrightarrow 3m - 2\sqrt{m} - 1 = 0$

$P = \frac{c}{a} = m$

$\sqrt{m} = t \quad ; \quad 3t^2 - 2t - 1 = 0 \begin{cases} t = 1 \checkmark \Longrightarrow m = 1 \\ t = \frac{c}{a} = \frac{-1}{3} \text{ غ ق ق} \end{cases}$

(مجموع ضرایب: صفر)

$2x^2 - (1)x - (1) = 0 \qquad P = \frac{c}{a} = \frac{-1}{2}$

سوال ۵)

$S_{\text{مثلث}} = |m| \times \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} \times \frac{1}{2}$ ← اختلاف ریشه‌ها

نقطه تقاطع با محور y: $x=0 \rightarrow y=m$

$\Delta = b^2-4ac = (m+2)^2-4(2)(m) = m^2+4m+4-8m = (m-2)^2 \rightarrow \sqrt{\Delta} = \sqrt{(m-2)^2} = |m-2|$

$S = |m| \times \frac{|m-2|}{|2|} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{4} \rightarrow |m^2-2m| = 3 \rightarrow$

$m^2-2m = 3 \rightarrow m^2-2m-3=0 \rightarrow (-3)(1)=-3,\ (-3)+1=-2 \rightarrow m=-1,\ m=-\frac{c}{a}=3$

$m^2-2m=-3$

$m^2-2m+3=0 \rightarrow \Delta = 4-4(1)(3) = -8 < 0$ ریشه ندارد

سوال ۶)

طول رأس سهمی

$m=-1 \rightarrow y=x^2+x+1 \rightarrow -\frac{b}{2a} = \frac{-1}{2}$

$m=3 \rightarrow y=x^2-3x+1 \rightarrow -\frac{b}{2a} = \frac{3}{2}$

سوال ۷)

عرض رأس سهمی: $\frac{-\Delta}{4a} = \frac{-b^2+4ac}{4a} = \frac{-3^2+4a^2}{4a} = \frac{7}{8}$

Min $\rightarrow a>0$

$-18+8a^2 = 7a \rightarrow 8a^2-7a-18=0$

$a_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-7) \pm \sqrt{49+4(8)(18)}}{2\times 8} = \frac{7 \pm 25}{16}$ ← $a=2$ ✓ ، $a=-\frac{9}{8}$ غ ق ق

سوال ۷)

تفاضل ریشه‌ها: $\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = 2 \rightarrow x^2-(a+1)x+a=0$ ← معادله اول

$\frac{\sqrt{(a+1)^2-4(1)(a)}}{1} = \sqrt{a^2+2a+1-4a}$

$= \sqrt{(a-1)^2} = |a-1| = 2 \begin{cases} a-1=2 \rightarrow a=3 \\ a-1=-2 \rightarrow a=-1 \end{cases}$

$a=3 \rightarrow x^2-4x+3=0 \rightarrow (x-1)(x-3)=0 \rightarrow 1,3$ ✓

$a=-1 \rightarrow x^2-1=0 \rightarrow (x-1)(x+1)=0 \rightarrow 1,-1$ غ ق ق ($-1 \notin (1,2)$)

معادله دوم ← $x^2-\frac{(3\times 3+1)}{10}x+b=0 \rightarrow \frac{\sqrt{10^2-4(1)(b)}}{1} = \sqrt{100-4b} = 2 \rightarrow 100-4b=4 \rightarrow 4b=96 \rightarrow b=24$

$P_1 = \frac{c}{a} = \frac{3}{1} = 3 \qquad P_2 = \frac{c}{a} = \frac{24}{1} = 24$ اختلاف: $24-3=21$

سوال ۱)

$y_1 = -ax^2+ax+2 \qquad y_2 = 2bx^2-bx-1$

طبق فرض رأس‌ها روی معادله هستند ✓ ✓

$S_1 \begin{cases} \frac{-b}{2a} = \frac{-a}{-2a} = \frac{1}{2} \\ -a(\frac{1}{2})^2+a(\frac{1}{2})+2 = \frac{a}{4}+2 \end{cases} \qquad S_2 \begin{cases} \frac{-b}{2a} = \frac{b}{4b} = \frac{1}{4} \\ 2b(\frac{1}{2})^2-b(\frac{1}{2})-1 = \frac{-b}{8}-1 \end{cases}$

$\frac{a}{4}+2 = 2b(\frac{1}{2})^2-b(\frac{1}{2})-1 \rightarrow \frac{a}{4}+2 = \frac{b}{2}-\frac{b}{2}-1 \rightarrow a=-12$

$\frac{-b}{8}-1 = -a(\frac{1}{4})^2+a(\frac{1}{4})+2$

$a=-12 \rightarrow \frac{-b}{8}-1 = \frac{3}{4}-3+2 \rightarrow -\frac{b}{8} = \frac{3}{4}$

$b=-6$

$b-a = (-6)-(-12) = 6$ /

Subject:

Date: . . No:

سوال ۹ (۳)

$۲\omega\alpha\beta^{۲}+۲\beta+\beta=۰ \rightarrow \omega\beta(\omega\alpha\beta+۱)=۰ \begin{cases} \beta=۰ \\ \alpha\beta=-\frac{۱}{\omega} \rightarrow \frac{c}{a}=\frac{\beta}{۲\omega\alpha}=-\frac{۱}{\omega} \end{cases}$

$۲\omega\alpha^{۳}+۲\alpha+\beta=۰$

$\beta=-\omega\alpha$

① $\beta=۰ \rightarrow \alpha(۲\omega\alpha^{۲}+۲)=۰ \rightarrow \alpha=۰$ غ ق ق

② $\beta=-\omega\alpha \rightarrow \alpha(۲\omega\alpha^{۲}-۱)=۰ \rightarrow \alpha(\omega\alpha-۱)(\omega\alpha+۱)=۰ \begin{cases} \alpha=۰ \text{ غ ق ق} \\ \alpha=\frac{۱}{\omega} \rightarrow \beta=-۱ \text{ غ ق ق} \\ \alpha=-\frac{۱}{\omega} \rightarrow \beta=۱ \checkmark \ (\alpha<\beta) \end{cases}$

$y=-\omega x^{۲}+۲x+۱$ $\quad S \begin{cases} \frac{-b}{۲a}=\frac{-۲}{-۱۰}=+\frac{۲}{\omega} \\ -\omega(+\frac{۲}{\omega})^{۲}+۲(+\frac{۲}{\omega})+۱=\frac{۹}{\omega} \end{cases}$ راس اول

سوال ۱۰ (۴)

$S=\frac{-b}{a} \rightarrow a+b=a^{۲}+b^{۲}-۱۲ \rightarrow a^{۲}+b^{۲}-a-b-۱۲=۰$

$P=\frac{c}{a} \rightarrow ab=a+b-۱$

$(a+b)^{۲}-۲ab-(a+b)-۱۲=۰$

$(a+b)^{۲}-۲(a+b-۱)-(a+b)-۱۲=۰ \xrightarrow{a+b=x} x^{۲}-۳x-۱۰=۰$

$(x-۵)(x+۲)=۰ \begin{cases} x=۵ \checkmark \ (a,b\in \mathbb{N}) \\ x=-۲ \text{ غ ق ق} \end{cases}$

$a+b=۵$