۲۰

نام و نام خانوادگی ...نیایش نورالهی... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...۲۴... کلاس ...دهم دختر C...

۱

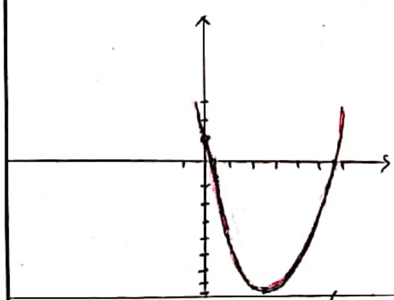
الف) $a=2>0 \Rightarrow$ تابع Min دارد $\rightarrow$ رأس $\left|\begin{matrix}\frac{-b}{2a} \\ \frac{-\Delta}{4a}\end{matrix}\right. \rightarrow Min \left|\begin{matrix}\frac{4}{4}=1 \\ \frac{8-16}{8}=-1\end{matrix}\right. \rightarrow Min \left|\begin{matrix}1 \\ -1\end{matrix}\right.$

(۲)

ب) $a=-2<0 \Rightarrow$ تابع Max دارد $\rightarrow Max \left|\begin{matrix}\frac{-3}{-2\times2}=\frac{3}{4} \\ \frac{40-9}{-8}=-\frac{31}{8}\end{matrix}\right. \rightarrow Max \left|\begin{matrix}\frac{3}{4} \\ \frac{-31}{8}\end{matrix}\right.$

۲

الف) $y=x^2-6x+1 \rightarrow$ رأس $= Min \left|\begin{matrix}3 \\ -8\end{matrix}\right.$



عرض از مبدأ $\leftarrow C=1$

$\Delta=36-4=32$

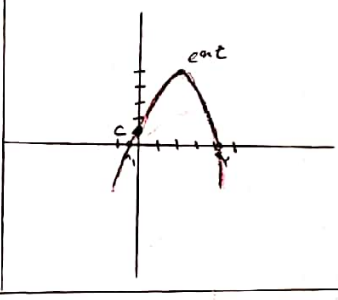
$x=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}$

$=\frac{6\pm4\sqrt{2}}{2}$

$=3\pm2\sqrt{2}$ ریشه‌ها

$(2\sqrt{2}\simeq2.8)$

ب) $y=-x^2+4x+1$



$a<0: \cap$

$C=1$

$S=\left|\begin{matrix}2=\frac{-b}{2a} \\ 5\end{matrix}\right.$ حاصل جایگذاری

$\Delta=16+4=20$

$x=\frac{-4\pm2\sqrt{5}}{-2}$

$=2\pm\sqrt{5}$

(۲)

۳

عبارت درجه سوم است پس ریشه‌های آن α و β و یک ریشه سوم که d فرض می‌کنیم هستند:

$4x^3+kx^2-9x-2=a(x^2-Sx+P)(x-d)=0 \rightarrow ax^3-adx^2-ax^2+adx+2da$

(x^2-x-2)

$a=4 \rightarrow 2\times4\times d=-2$

$d=\frac{-1}{4}$

$k=(-d-1)a=(\frac{+1}{4}-1)4=-3$

(۲)

۴

α, β ریشه‌ها $\rightarrow \sqrt{\alpha}-\sqrt{\beta}=1 \xrightarrow{(\;)^2} \alpha+\beta-2\sqrt{\alpha\beta}=1$, $\alpha+\beta=S$, $\alpha\beta=P$

$S=\frac{-b}{a}=3m$, $P=\frac{c}{a}=m$

$\rightarrow 3m-2\sqrt{m}=1 \rightarrow \sqrt{m}=t: 3t^2-2t-1=0$

که جمع ضرایب $=0$: $\begin{cases}t=1 \\ t=\frac{c}{a}=\frac{-1}{3}\end{cases}$

چون $\sqrt{m}>0 \Leftarrow$ غ‌ق‌ق

$\sqrt{m}=1 \leftarrow m=1$

$P'=\frac{c}{a}=\frac{-m}{2} \leftarrow P'$: حاصل ضرب ریشه‌های معادله دوم $\leftarrow$

$=\frac{-1}{2}$

(۲)

۵

$S_{مثلث}=\frac{ارتفاع \times قاعده}{2}=\frac{2}{\dots}=\frac{\sqrt{\Delta}}{\sqrt{|a|}}\times|m|$

فاصله ۲ ریشه = قاعده مثلث $=\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}=\frac{\sqrt{m^2+4m+4-8m}}{2}=\frac{\sqrt{(m-2)^2}}{2}=\frac{|m-2|}{2}$ و ارتفاع $=|c|=|m|$

$\rightarrow |m||m-2|=3 \begin{cases}m\geq0 \xrightarrow{} m|m-2|=3 \begin{cases}m\geq2 \Rightarrow 3=m(m-2) \rightarrow m^2-2m-3=0 \rightarrow \begin{cases}m=-1 & \text{غ‌ق‌ق }(x\geq2 \text{ شرط})\\ m=3 \checkmark\end{cases} \\ m<2 \Rightarrow 3=m(2-m) \rightarrow m^2-2m+3=0 \rightarrow \Delta=4-12=-8<0 \text{ ریشه ندارد}\end{cases} \\ m<0 \xrightarrow{} m|m-2|=-3 \begin{cases}m>2 \text{ (نفی شده، چون شرط ۲ و صفر)} \\ m<2 \rightarrow -3=m(2-m) \rightarrow \begin{cases}m=-1 \checkmark \\ m=3 \text{ غ‌ق‌ق (شرط)}\end{cases}\end{cases}\end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases}m=3 \\ m=-1\end{cases}$

(۲)

۶

کمترین مقدار $= y_s$ ، $a>0$

$\rightarrow y_s = \frac{-\Delta}{4a} = \frac{4a^2-9}{4a} = \frac{7}{8} \rightarrow 8a^2-18 = 7a$

$8a^2-7a-18=0 \rightarrow a^2-7a-144=0$

$(a-16)(a+9)=0$

$\begin{cases} a=16 \\ a=-9 \end{cases} \leftarrow \begin{cases} a=2 \\ a=\frac{-9}{8} \end{cases}$ غ ق ق $a<0$

$a=2$ ← قابل قبول

۷

۲ عدد فرد متوالی یا ۲ عدد زوج متوالی با هم ۲ واحد اختلاف دارند

① $\rightarrow \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = 2 \rightarrow \frac{\sqrt{a^2+2a+1-4a}}{1} = |a-1| = 2 \rightarrow a-1=\pm 2 \rightarrow \begin{cases} a=3 \\ a=-1 \end{cases}$ ← اما اگر a برابر ۱- باشد

چون P برابر a است یعنی یکی از ریشه‌ها منفی بوده و با اعداد طبیعی تناقض دارد

$\Rightarrow P = \frac{c}{a} = \frac{a}{1} = 3$

② $\rightarrow \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = 2 \rightarrow \frac{\sqrt{100-4b}}{1} = 2 \rightarrow |100-4b| = 4 \rightarrow 100-4b = \pm 4 \rightarrow \begin{cases} 4b=96 \rightarrow b=24 \\ 4b=104 \rightarrow b=26 \end{cases}$

۲۶ حاصل ضرب ۲ عدد طبیعی ۱ و ۲۶ یا ۱۳ و ۲ است که زوج متوالی نیستند!

$(3a+1 = 3\times 3+1 = 10)$

$\Rightarrow P = \frac{b}{1} = 24 \rightarrow 24-3 = 21$

۸

$x_{s_1} = \frac{-b}{2a} = \frac{-a}{-2a} = \frac{1}{2}$ ← در معادله دیگر صدق می‌کند $\Rightarrow y_s = \frac{-\Delta}{4a} = \frac{-8a-a^2}{-4a} \xrightarrow{a\neq 0 \text{ است}} \frac{a+8}{4}$ (چون سهمی)

$x_{s_2} = \frac{-b}{2a} = \frac{b}{4b} = \frac{1}{4}$

$\hookrightarrow y_s = \frac{-\Delta}{4a} = \frac{-8b-b^2}{8b} \xrightarrow{\text{چون } b\neq 0 \text{ سهمی است}} \frac{-b-8}{8}$ ← در معادله دیگر صدق می‌کند. و $a=-12$

$\frac{a+8}{4} = 2b(\frac{1}{4}) - b\times\frac{1}{2} - 1$

$\times 4: \; a+8 = 2b - 2b - 4$

$a = -12$

$\Rightarrow y = +12x^2 - 12x + 2 \rightarrow \frac{-b-8}{8} = +12(\frac{1}{16}) - 12(\frac{1}{4}) + 2 \xrightarrow{\times 8} -b-8 = +6-24+16 = -2$

$b = -6$

$b - a = -6+12 = 6$

۹

$P = \frac{\beta}{25\alpha} = \alpha\beta \rightarrow \alpha^2 = \frac{1}{25} \rightarrow \alpha = \pm\frac{1}{5} \xrightarrow{\text{صدق در معادله}} 25\alpha \times \frac{1}{25} + 4\alpha + \beta = 0 \rightarrow 5\alpha + \beta = 0$

$5\alpha = -\beta$

چون $\alpha < \beta$ پس β باید + و α - باشد: $\begin{cases} \alpha = \frac{-1}{5} \\ \beta = 1 \end{cases}$

$x_s = \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{\frac{-2}{5}} > 0$: رأس سهمی

$\frac{-\Delta}{4a} = y_s = \frac{-20-16}{-20} > 0$

y_s و x_s هر دو + اند $\Rightarrow$ در ناحیه اول

۱۰

$x^2 - Sx + P = 0 \rightarrow a^2+b^2-12 = a+b \rightarrow (a+b)^2 - 2ab - 12 = a+b$

$(a+b)^2 - 2ab$

$a+b-1 = ab \rightarrow (a+b)^2 - 2(a+b) + 2 - 12 = a+b$

$\xrightarrow{a+b=t} t^2 - 3t - 10 = 0$

$\Delta = 9+40 = 49 \rightarrow \sqrt{\Delta} = 7$

$\rightarrow t = \frac{+3\pm 7}{2} \rightarrow \begin{cases} t=5 \\ t=-2 \end{cases}$ غ ق ق

چون طبیعی اند!

$a+b = 5$