سوال ۲۵ تابعی
تکلیف شب ۲۴ / دهم رشته C

(۱)

الف) $\frac{-(-۴)}{۲(۲)} \cdot \frac{۴}{۴} = ۱$

$\frac{-\Delta}{۴a} = \frac{-(b^۲-۴ac)}{۴(۲)} = \frac{-((-۴)^۲-۴(۱)(۲))}{۴(۲)} = \frac{-(۱۶-۸)}{۸} = \frac{-۸}{۸} = -۱$

۱ | -۱

$a = ۲ \longrightarrow a > ۰ \longrightarrow Min$

ب) $\frac{-(+۳)}{۲(-۲)} = \frac{۳}{+۴}$

$\frac{-\Delta}{۴a} = \frac{-(b^۲-۴ac)}{۴a} = \frac{-(۹-۴(-۵)(-۲))}{۴(-۲)} = \frac{-(۹-۴۰)}{-۸} = \frac{۳۱}{-۸} = -\frac{۳۱}{۸}$

$+\frac{۳}{۴}$ | $-\frac{۳۱}{۸}$

$a = -۲ \longrightarrow a < ۰ \longrightarrow Max$

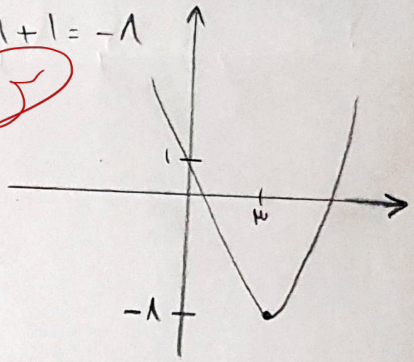
(۲)

الف) $x^۲ - ۶x + ۱$

$\frac{-(-۶)}{۲} = \frac{۶}{۲} = ۳ \Rightarrow y = ۳^۲ - ۶(۳) + ۱ = ۹ - ۱۸ + ۱ = -۸$

$a > ۰ \longrightarrow Min$

۳ | -۸

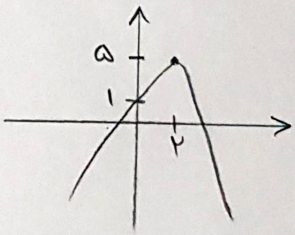


ب) $-x^۲ + ۴x + ۱$

$a < ۰ \longrightarrow Max$

$\frac{-(۴)}{-(۲)} = ۲ \Rightarrow -۴ + ۴(۲) + ۱ = ۵$

۲ | ۵



(۳)

$\alpha\beta = -۲$

$\alpha + \beta = ۱ \Rightarrow \alpha = ۱ - \beta$

$\Rightarrow \beta(۱-\beta) = -۲ \Rightarrow \beta - \beta^۲ = -۲ \Rightarrow \beta^۲ - \beta - ۲ = ۰$

$(\beta - ۲)(\beta + ۱) = ۰$

$\beta = ۲$, $\beta = -۱$

$۴x^۳ + kx^۲ - ۹x - ۲ = ۰ \xrightarrow{x=-۱} -۴ + k + ۹ - ۲ = k + ۳ = ۰$

$k = -۳$

($x = ۲$) $\Rightarrow ۳۲ + ۴k - ۱۸ - ۲ = ۰ \quad ۱۲ + ۴k = ۰ \quad ۴k = -۱۲ \Rightarrow k = -۳$

$\boxed{k = -۳}$

$\sqrt{\alpha} - \sqrt{\beta} = 1$

$(\sqrt{\alpha} - \sqrt{\beta})^2 = 1^2 \Rightarrow \alpha + \beta - 2\sqrt{\alpha\beta} = 1$

$3m - 2\sqrt{m} - 1 = 0$

$\Rightarrow \sqrt{m} = 1 \Rightarrow m = 1$ ✓

$\Rightarrow \sqrt{m} = \frac{-1}{3}$ ✗

$2x^2 - mx - m = 0 \longrightarrow P = \frac{-m}{2} = \frac{-1}{2}$

---

④ $x^2 - 3mx + m = 0$

$S = \frac{3m}{1} = 3m$ ✓

$P = m$

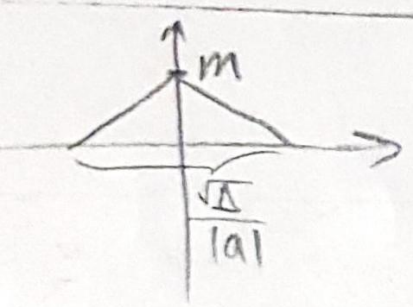
$a + b + c = 3 - 1 - 2 = 0 \rightarrow x_1 = 1$

$\rightarrow x_2 = -\frac{1}{3}$

---

⑤ ارتفاع مثلث = عرض از مبدا = m

قاعده مثلث = اختلاف دو ریشه = $\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$



$S = \frac{1}{2} \times m \times \frac{\sqrt{m^2 - 4m + 4}}{2} = \left|\frac{3}{4}\right|$

$m|m-2| = |3|$

$\begin{cases} m|m-2| = 3 \xrightarrow{m \geq 2} m^2 - 2m - 3 = 0 \rightarrow m = 3 \text{ ✓}, \; m = -1 \text{ ✗} \\ m|m-2| = -3 \xrightarrow{m < 2} -m^2 + 2m + 3 = 0 \rightarrow m = -1 \text{ ✓}, \; m = 3 \text{ ✗} \end{cases}$

$m < 2 \quad \Delta < 0$ ✗

$m = 3 \rightarrow x^2 - 3x + 1 \rightarrow \frac{3}{2}$

$m = -1 \rightarrow x^2 + x + 1 \rightarrow \frac{-1}{2}$

۹) کمترین مقدار ← y_{min} ← min ← $a>0$

$$\frac{-\Delta}{4a} = \frac{-(9-4a^2)}{4a} = \frac{4a^2-9}{4a} = \frac{7}{8} \Rightarrow 32a = 32a^2 - 72$$

$$32a^2 - 32a - 72 = 0 \Rightarrow 8a^2 - 7a - 18 = 0 \Rightarrow \frac{7 \pm \sqrt{49+576}}{16}$$

$$\frac{7 \pm 25}{16} = \frac{32}{16} = 2 \quad / \quad \frac{-18}{16} = \frac{-9}{8}$$

جون $a>0$ ← غ ق ق

پس ۲

---

۷)

$$x^2 - (a+1)x + a = 0 \Rightarrow \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = 2 \Rightarrow \sqrt{(a+1)^2 - 4a} = \sqrt{a^2+2a-4a+1} = \sqrt{(a-1)^2}$$

$$|a-1| = 2$$

$a-1=2 \Rightarrow a=3$

$a-1=-2 \Rightarrow a=-1$ ✗

~~$x^2 - (3a+1)x + b = 0$~~

$a=3 \Rightarrow x^2 - 4x + 3 = 0 \quad (x-3)(x-1)=0$ ← 3, 1

$a=-1 \Rightarrow x^2 - 1 = 0 \quad (x+1)(x-1)=0$ ← -1, 1

خوشه طبیعی ۱ - حساب غیشه

۱ و ۳ ✓

$P_1 = 3$

$$x^2 - (3a+1)x + b = 0 \Rightarrow \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \sqrt{(3a+1)^2 - 4b} = \sqrt{9a^2+1+6a-4b} =$$

$a=3 \Rightarrow \sqrt{81+1+18-4b} = \sqrt{100-4b} = 2 \Rightarrow 100-4b=4 \quad 100-4=4b \Rightarrow b=24$

$\Rightarrow$ حاصلضرب $= \frac{c}{a} = \frac{b}{1} = 24 \quad P_2 = 24$

$|P_2 - P_1| = |24-3| = 21$ ب

(۸) ۳

$\frac{-a}{۲(-a)} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow \frac{-۸}{۲a} = \frac{a+۸}{۲} \Rightarrow \left| \frac{+}{\frac{a+۸}{۲}} \right. \Big/ \frac{+b}{۲b} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow \frac{-۸}{۲a} = \frac{-a-۸}{۸}$

$y = ۲bx^۲ - bx - ۱ \Rightarrow \frac{a+۸}{۲} = ۲b(\frac{۱}{۲})^۲ - b(\frac{۱}{۲}) - ۱ = \frac{a+۸}{۲} = \frac{b}{۲} - \frac{b}{۲} - ۱$

$a+۸ = -۲ \Rightarrow a = -۱۲ \Big/ y = ax^۲ + ax + ۲ = \frac{-b-۸}{۸} = -a(\frac{۱}{۲})^۲ + a(\frac{۱}{۲}) + ۲ \Rightarrow$

$\frac{-b-۸}{۸} = \frac{-۱}{۲}$ $\quad -۲b - ۳۲ = -۸$ $\quad \frac{+۱۲}{۱۲} + \frac{-۳}{۲} + ۲ = ۱$

$۸ - ۳۲ = ۲b$

$-۲۴ = ۲b$

$b = -۹$

$b - a = -۹ - (-۱۲) = ۹$

(۹)

$۲۵\alpha(\alpha^۲) + ۲\alpha + \beta = ۲۵\alpha^۳ + ۲\alpha + \beta = ۰$

$۲۵\alpha(\beta^۲) + ۲\beta + \beta = ۲۵\alpha\beta^۲ + ۵\beta = ۰ \Rightarrow \alpha\beta(۵\alpha\beta + ۱) = ۰$

$\Rightarrow ۲۵\alpha^۳ + ۲\alpha - ۵\alpha = ۰$

$\alpha(۲۵\alpha^۲ - ۱) = ۰ \Rightarrow \alpha(۵\alpha - ۱)(۵\alpha + ۱) = ۰$

$\alpha = ۰$ $\quad \frac{۱}{۵}$ $\quad \frac{-۱}{۵}$

$\beta = ۰ \Rightarrow ۵۰ \frac{-۲}{۲۵\alpha} = ۰ + \alpha$

$۲۵\alpha^۲ = -۲\alpha$

$۵\alpha\beta + ۱ = ۰ \Rightarrow \alpha\beta = \frac{-۱}{۵} = \frac{\beta}{۲۵\alpha}$

$\Rightarrow \beta = -۵\alpha$

$\beta = +۱$ $\quad \beta = -۱$ $\quad \beta = ۱$ ✓

$a = \frac{-۱}{۵}$ $\quad \beta > \alpha$

$\Rightarrow -۵x^۲ - ۴x + ۱$ $\quad -۱ > \frac{۱}{۵}$ ✗

$x = \frac{۲}{۵}$ $\quad y = \frac{۹}{۵}$ $\quad \left| \begin{matrix} \frac{۲}{۵} \\ \frac{۹}{۵} \end{matrix} \right.$ ① نقطه

(۱۰) ۲

$x^۲ - (a^۲ + b^۲ - ۱۲)x + a + b - ۱ = ۰$

$a + b = S \Rightarrow \frac{-b}{a} = a^۲ + b^۲ - ۱۲ = (a+b)^۲ - ۱۲ - ۲ab = S^۲ - ۲ab - ۱۲$

$= S^۲ - ۲P - ۱۲$

$ab = P = \frac{c}{a} = \frac{a+b-۱}{۱} = a + b - ۱ = S - ۱ = P$ ✱

$\Rightarrow S^۲ - ۲S + ۲ - ۱۲ = S^۲ - ۲S - ۱۰ = S \Rightarrow S^۲ - ۳S - ۱۰ = ۰$

$(S - ۵)(S + ۲) = ۰$

✱ $P = S - ۱ = a + b - ۱$

$S \rightarrow a + b = ۵$ $\quad P = ۵ - ۱ = ۴$ ✓

$\rightarrow a + b = -۲$ $\quad P = S - ۱ = a + b - ۱$

$P = -۲ - ۱ = -۳$ ✗

حاصلضرب در این حالت منفی بیس
پس از ریشه ها حتی که جواب نقطه طبیعی
نمیشه.