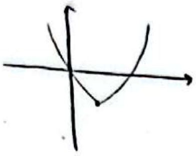
کیمیا نصر اصفهانی - دهم دختر C - تکلیف شماره ۲۵

① الف) $a>0 \to \min$

$x=\frac{-b}{۲a}=\frac{۲}{۶}=\frac{۱}{۳}$

$y=(\cancel{۳}\times\frac{۱}{\cancel{۹}\,۳})-\frac{۲}{۳}=-\frac{۱}{۳}$

$\frac{c}{a}=۰$



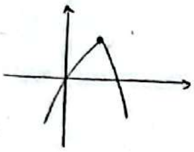
ناحیه سه

ب) $a<0 \to \max$

$x=\frac{-b}{۲a}=\frac{-۴}{-۲}=۲$

$y=-۴+۸=۴$

$\frac{c}{a}=۰$



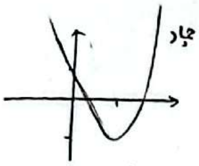
ناحیه دو

② الف) $a>0 \to \min$

$\frac{-b}{۲a}=\frac{۵}{۴}$

$y=-\frac{۹}{۸}$

۲ → عرض از مبدا



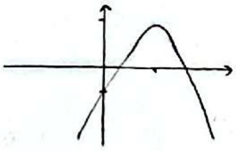
ناحیه یک و دو و چهار

ب) $a<0 \to \max$

$x=\frac{-b}{۲a}=\frac{-۴}{-۲}=۲$

$y=۳$

عرض از مبدا → $-۱$



ناحیه اول و سوم و چهارم

③ $x^۲-x-۳=۰ \begin{cases}\to\alpha\\ \to\beta\end{cases}$

الف) $\frac{\boxed{\alpha+\beta}}{\boxed{\alpha-\beta}}$ $\quad \alpha+\beta \to -\frac{b}{a}=۱$ $\quad \alpha-\beta \to \frac{\sqrt{\Delta}}{a}=\frac{\sqrt{۱۳}}{۱}$ $\quad =\boxed{\frac{۱}{\sqrt{۱۳}}}$

ب) $(\alpha+\beta)^۲=۱ \to \alpha^۲+\beta^۲+\underbrace{۲\alpha\beta}_{۲\times\frac{c}{a}=-۶}=۱ \to \alpha^۲+\beta^۲=\boxed{۷}$

ج) $\alpha^۳+\beta^۳ \to \underbrace{(\alpha+\beta)}_{۱}(\overbrace{\alpha^۲\underbrace{-\alpha\beta}_{۳}+\beta^۲}^{۷})=\boxed{۱۰}$

د) $\alpha^۳-\beta^۳ \to \underbrace{(\alpha-\beta)}_{\sqrt{۱۳}}\underbrace{(\overbrace{\alpha^۲\underbrace{+\alpha\beta}_{-۳}+\beta^۲}^{۷})}_{۴}=\boxed{۴\sqrt{۱۳}}$

★
④ $y=(x-۲)(x^۲-ax+a) \to x^۲-ax+a$

چون گفته محور x را در یک نقطه قطع می‌کند نابراین یک ریشه یعنی $x=۲$ داشته و عبارت دوم بدون جواب $(\Delta<0)$ است.

$\Delta=b^۲-۴ac \to a^۲-(۴\times۱\times a) \to a^۲-۴a<0$

$a(a-۴)=۰ \to a=۰ \,,\; a=۴$

| | ۰ | | ۴ | |
|---|---|---|---|---|
| + | ۰ | − | ۰ | + |

$(۰,۴)$

★ اما از طرفی $x^۲-ax+a$ میتوان ریشه مضاعف ۲ داشته باشد ← $a=۴$ ← $\boxed{a\in(۰,۴]}$

⑤ $۳\alpha^۲-۱۲\alpha-a=۰ \to \overset{*}{\alpha^۲-۴\alpha}=\frac{a}{۳}$

$\underbrace{۲\alpha^۲+\beta^۲-۴a=۷} \to \alpha^۲+\beta^۲=۱۴+\frac{۲a}{۳}$

$\alpha^۲+\alpha^۲+\beta^۲-۴a=۷$

$۱۴+\frac{۲a}{۳}+\frac{a}{۳}=۷ \to ۱۴+a=۷ \to a=-۹$

$۳x^۲-۱۲x+۹=۰$

$x^۲-۱۲x+۲۷=۰ \to \underbrace{(x-۳)}_{\frac{۳}{۳}=۱}\underbrace{(x-۹)}_{\frac{۹}{۳}=۳} \to \frac{a}{۳}=\frac{-۹}{۳}=-۳$

⑥ $(b,b-۲) \rightarrow$ راس

$۲a+۳+۷-۲a=۱۰ \rightarrow \frac{۱۰}{۲}=۵=b \rightarrow (۵,۳)$

$$\begin{cases} ۷-۲a \geq ۱ \rightarrow ۶ \geq ۲a \rightarrow ۳ \geq a \\ a-۲ \geq ۱ \rightarrow a \geq ۳ \end{cases} \xrightarrow{\cap} a=۳ \qquad \begin{cases} ۷-۲a=۱ \\ a-۲=۱ \\ ۲a+۳=۹ \end{cases}$$

$(۱,۱)\ (۹,۱) \rightarrow \frac{-۲۵+۲۴}{۸} = \boxed{-\frac{۱}{۸}}$

⑦ $ax^۲-ax-b=۰ \xrightarrow{x=β} aβ^۲-aβ-b=۰ \rightarrow β^۲=β+\frac{b}{a}$

$α^۲=α+\frac{b}{a}$

$۴۰\left(β+\frac{b}{a}\right)+۲۰\left(α+\frac{b}{a}\right)-۲۰β=۱۷$

$\cancel{۴۰β}+\frac{۴۰b}{a}+۲۰α+\frac{۲۰b}{a}-\cancel{۲۰β}=۱۷$

$۲۰\underbrace{(β+α)}_{۱}+۶۰\frac{b}{a}=۱۷ \rightarrow ۶۰\frac{b}{a}=-۳ \rightarrow \frac{b}{a}=-\frac{۱}{۲۰}$

$|α-β|=\sqrt{α^۲+β^۲-۴αβ}=\sqrt{۱-\frac{۱}{۵}}=\sqrt{\frac{۴}{۵}}=\boxed{\frac{۲}{\sqrt{۵}}}$

⑧ $\frac{۱-۵}{۲}=-۲ \rightarrow (-۲,-\frac{۱}{۲}) \rightarrow y=a(x+۲)^۲-\frac{۱}{۲}$

$\frac{۳}{۲}=a(۰+۲)^۲-\frac{۱}{۲} \rightarrow a=\frac{۱}{۲}$

چون محور y را قطع کرده $x=۰$

$\xrightarrow{(۱,β)} β=\frac{۱}{۲}(۱+۲)^۲-\frac{۱}{۲} \rightarrow β=\frac{۹-۱}{۲}=\boxed{۴}$

⑨ $x^۲+۶x+a=۰ \rightarrow \frac{-۶\pm\sqrt{۳۶-۴a}}{۲} \rightarrow$ چون $α<β$

$\rightarrow α=\frac{-۶-\sqrt{۳۶-۴a}}{۲} \rightarrow ۳α^۲=۵۴-۳a+۱۸\sqrt{۹-a}$

$\rightarrow β=\frac{-۶+\sqrt{۳۶-۴a}}{۲} \rightarrow ۲β^۲=۳۶-۲a-۱۲\sqrt{۹-a}$

$۳α^۲+۲β^۲=۹۰-۵a+۶\sqrt{۹-a}=۱۲\sqrt{۲}+۸۵ \rightarrow ۹۰-۵a=۸۵ \rightarrow \boxed{a=۱}$

⑩ $۳۶x^۲-(m+۱۴)x+۱=۰ \rightarrow α+β=\frac{m+۱۴}{۳۶}\ ,\ αβ=\frac{۱}{۳۶}$

$\sqrt{\frac{۱}{α}}+\sqrt{\frac{۱}{β}}=۵ \rightarrow \frac{\sqrt{α}+\sqrt{β}}{\sqrt{αβ}}=۵ \rightarrow \frac{۵}{۶}=\sqrt{α}+\sqrt{β} \rightarrow α+β+۲\sqrt{αβ}=\frac{۲۵}{۳۶}$

$\frac{m+۱۴}{۳۶}+\frac{۲}{۶}=\frac{۲۵}{۳۶} \rightarrow \frac{m+۱۴+۱۲}{۳۶}=\frac{۲۵}{۳۶}$

$\boxed{m=-۱}$

$-x^۲+۳x+۲=۰ \rightarrow \frac{c}{a}=\boxed{-۲}$