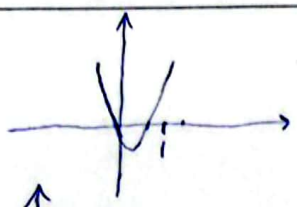
۱۷٫۷۵

نام و نام خانوادگی ..... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..... کلاس .....

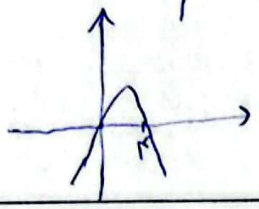
۱

الف) $y = 3x^2 - 2x = x(3x-2)$ ⓪ $\frac{2}{3}$



$\Rightarrow$ ناحیه ③

ب) $y = -x^2 + 4x = x(-x+4)$ ⓪ ④

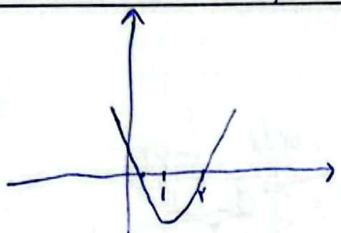


$\Rightarrow$ ناحیه ②

۲

الف) $y = 2x^2 - 5x + 2$

$x = \frac{5 \pm \sqrt{25-16}}{4} = \frac{5 \pm 3}{4} \to 2, \frac{1}{2}$

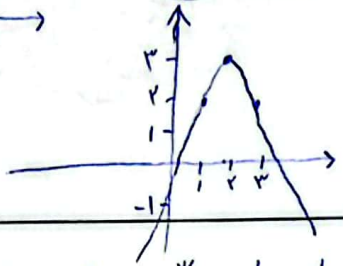


$\Rightarrow$ ناحیه ۱و۲

ب) $y = -x^2 + 4x - 1$

x	1	2	3
y	2	3	2

$S\left(\frac{-b}{2a} = \frac{-4}{-2} = 2, 3\right)$



$\Rightarrow$ ناحیه ۱و۳

۳

$x^2 - x - 4 = 0$ $\quad S = \alpha+\beta = \frac{-b}{a} = 1$ $\quad P = \alpha\beta = \frac{c}{a} = -4$ $\quad |\alpha-\beta| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{\sqrt{1+16}}{1} = \sqrt{17}$

الف) $\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta} = \frac{1}{-4} = \frac{\pm\sqrt{17}}{2} = \pm\frac{2\sqrt{17}}{17}$ $\quad \frac{1}{\sqrt{17}}$

ب) $\alpha^2+\beta^2 = S^2 - 2P = 1 + 8 = 9$

ج) $\alpha^3+\beta^3 = S^3 - 3SP = 1 + 12 = 13$ $\quad \sqrt{17}$

د) $\alpha^3 - \beta^3 = (\alpha-\beta)(\alpha^2+\beta^2+\alpha\beta) = \left(\pm\frac{\sqrt{17}}{2}\right)(9-4) = \pm\frac{5\sqrt{17}}{2}$ $\quad \frac{5\sqrt{17}}{4}$

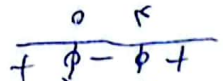
۱٫۲۵

۴

$y = (x-2)(x^2 - ax + a)$

$\Delta < 0 \longrightarrow a^2 - 4a < 0 \quad a(a-4) < 0 \quad (0,4)$

$\Delta = 0 \quad x = 2 \quad a^2 - 4a = 0 \quad 4 - 2a + a = 0 \quad 4 - a = 0 \quad a = 4$



$\Rightarrow D_f = (0,4]$

۵

$3\alpha^2 - 12\alpha - a = 0$ $\quad \alpha+\beta = 4$ $\quad \alpha\beta = \frac{-a}{3}$

$3\beta^2 - 12\beta - a = 0$ $\quad (4-\beta)\beta = \frac{-a}{3}$ $\quad 4\beta - \beta^2 = \frac{-a}{3}$

$2\alpha^2 + \beta^2 - 8\alpha = 7 \Rightarrow \alpha^2 - 12\alpha - \beta^2 - a + 8\alpha = -7$

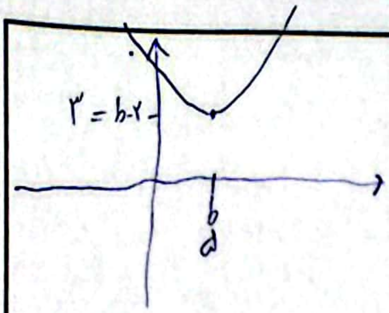
$\alpha^2 - \beta^2 - 4\alpha - a = -7 \Rightarrow 8\alpha - 4\beta - 4\alpha - a = -7$

$(\alpha-\beta)(\alpha+\beta) = 4\alpha - 4\beta$ $\quad -4(\alpha+\beta) - a = -7 \Rightarrow a = -9$

$3x^2 - 12x + 9 = 0 \to x^2 - 4x + 3 = 0 \quad (x-3)(x-1) = 0 \quad x = 3 \quad x = 1$

$\frac{a}{\alpha} = \frac{-9}{3} = -3$

۶



$\frac{۷-۲a+۲a+۳}{۲} = b \Rightarrow b = ۵$ ✓ (۰/۵)

$A(۲a+۳, a-۲)$

$B(۷-۲a, a-۲)$

~~$۲a+۳ = ۰$, $a = \frac{۷}{۴}$; $۷-۲a = ۰$, $a = \frac{۷}{۲}$~~

~~$a-۲ = \frac{۷}{۲} - ۲ = \boxed{\frac{۳}{۲}}$~~

---

۷ (۱)

$a\alpha^{۲} - a\alpha - b = ۰$

$a\beta^{۲} - a\beta - b = ۰$

$\beta^{۲} - \beta = \frac{b}{a}$

$۲۰\beta^{۲} + ۲۰\alpha^{۲} - ۲۰\beta = ۱۷$

$S = \alpha+\beta = ۱ \quad P = \alpha\beta = \frac{-b}{a} = \frac{۱}{۲۰}$

$۲\beta^{۲} + \alpha^{۲} - \beta = \frac{۱۷}{۲۰}$

$\beta^{۲} - \beta + S^{۲} - ۲P = \frac{۱۷}{۲۰}$

$\frac{b}{a} + ۱ + \frac{۲b}{a} = \frac{۱۷}{۲۰}$

$\frac{۳b}{a} = \frac{-۳}{۲۰}$

$\frac{b}{a} = \frac{-۱}{۲۰}$

$y = x^{۲} - x + \frac{۱}{۲۰}$

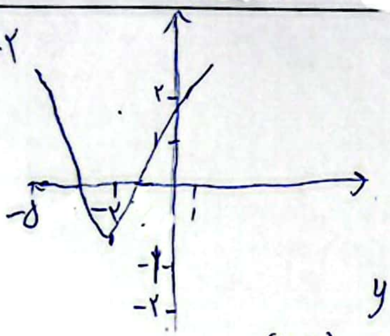
اختلاف ریشه $= \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \sqrt{۱-\frac{۱}{۵}} = \sqrt{\frac{۴}{۵}} = \frac{۲}{\sqrt{۵}} = \boxed{\frac{۲\sqrt{۵}}{۵}}$

---

۸ (۱)

$x_S = \frac{۱-۵}{۲} = -۲$

$S\left(-۲, \frac{-۱}{۲}\right)$



$y = a(x+۲)^{۲} - \frac{۱}{۲}$

$۴a - \frac{۱}{۲} = \frac{۳}{۲}$

$۴a = ۲$

$a = \frac{۱}{۲}$

$y = \frac{۱}{۲}(x+۲)^{۲} - \frac{۱}{۲}$

$(۱, \beta) \Rightarrow \beta = \frac{۹}{۲} - \frac{۱}{۲} = \boxed{۴}$

---

۹ (۰)

$\Delta > ۰ \quad ۳۶ - ۴a > ۰ \quad ۴a < ۳۶ \quad a < ۹$

α β ۰ : + | - | +

$x = ۰ \Rightarrow a > ۰$

$\alpha + \beta = -۶$

$\alpha\beta = a$

$\alpha = \frac{-۶ \pm \sqrt{۳۶-۴a}}{۲} = \frac{-۶ \pm ۲\sqrt{۹-a}}{۲}$

$\alpha^{۲} + \beta^{۲} = S^{۲} - ۲P = ۳۶ - ۲a \quad \alpha = -۳ - \sqrt{۹-a}$

$۳\alpha^{۲} + ۲\beta^{۲} = ۱۲\sqrt{۲} + ۸۵$

$\alpha^{۲} + ۲\alpha^{۲} + ۲\beta^{۲} = ۱۲\sqrt{۲} + ۸۵$

$\alpha^{۲} + ۷۲ - ۴a = ۱۲\sqrt{۲} + ۸۵$

$\alpha^{۲} + ۶\alpha + a = ۰$

$۷۲ - ۶\alpha - ۵a = ۱۲\sqrt{۲} + ۸۵$

$-۶\alpha - ۵a = ۱۲\sqrt{۲} + ۱۳$

$-۶(-۳ - \sqrt{۹-a}) - ۵a = ۱۲\sqrt{۲} + ۱۳$

$۱۸ + ۶\sqrt{۹-a} - ۵a = ۱۲\sqrt{۲} + ۱۳$

$۶\sqrt{۹-a} = ۱۲\sqrt{۲} - ۵ + ۵a$ توان ۲

$۳۶(۹-a) = ۲۸۸ + ۲۵ + ۲۵a^{۲} - ۱۲۰\sqrt{۲} + ۱۲۰\sqrt{۲}a - ۵۰a$

$\Rightarrow ۲۵a^{۲} + (-۱۴ + ۱۲۰\sqrt{۲})a - ۱۱ - ۱۲۰\sqrt{۲} = ۰$

$\boxed{a = ۱}$ ~~$a = \frac{-۱۱ - ۱۲۰\sqrt{۲}}{۲۵}$~~

---

۱۰ (۱)

$۳۶x^{۲} - (m+۱۴)x + ۱ = ۰$

$\alpha\beta = \frac{۱}{۳۶}$

$\alpha + \beta = \frac{m+۱۴}{۳۶}$

$\sqrt{\frac{۱}{\alpha}} + \sqrt{\frac{۱}{\beta}} = ۵$

$\frac{\sqrt{\alpha}}{\alpha} + \frac{\sqrt{\beta}}{\beta} = ۵$

$\frac{\beta\sqrt{\alpha} + \alpha\sqrt{\beta}}{\alpha\beta} = ۵$

$\beta\sqrt{\alpha} + \alpha\sqrt{\beta} = \frac{۵}{۳۶}$

$\beta^{۲}\alpha + \alpha^{۲}\beta + ۲\alpha\beta\sqrt{\alpha\beta} = \frac{۲۵}{۱۲۹۶}$

$\alpha\beta(\beta+\alpha)$

$\frac{m+۱۴}{۱۲۹۶} + ۲ \times \frac{۱}{۳۶} \times \frac{۱}{۶} = \frac{۲۵}{۱۲۹۶}$ ($\frac{۱}{۱۰۸}$)

$\Leftarrow$ $\frac{m+۱۴+۱۲}{۲۴} = ۲۵$

$m = -۱$

$mx^{۲} + ۲x + ۲ = ۰$

$P = \frac{c}{a} = \frac{۲}{-۱} = \boxed{-۲}$