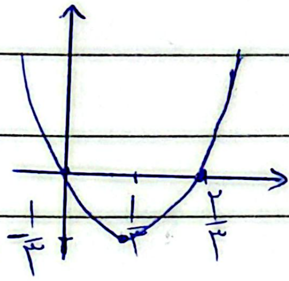
نگار فتحی — بنام آفریدگار نور — دهم پنجشنبه دختر

۱- الف) $\frac{-b}{2a}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3} \to x_s$ $\qquad y_s=\underbrace{3\times(\frac{1}{3})^2}_{\frac{1}{3}}-\underbrace{2(\frac{1}{3})}_{\frac{2}{3}}=-\frac{1}{3}$

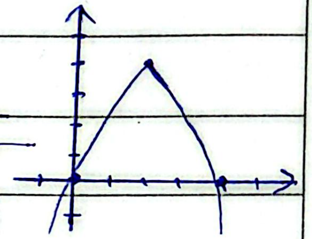


x	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$
y	0	$-\frac{1}{3}$	0

← از ناحیه‌ی ۳ نمی‌گذرد.

ب) $x_s=\frac{-b}{2a}=\frac{-4}{-2}=2$ $\qquad y_s=-4+8=4$

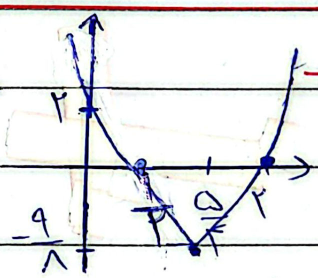
x	0	2	4
y	0	4	0



← از ناحیه‌ی ۲ نمی‌گذرد.

۲- الف) $x_s=\frac{5}{4}$ $\qquad y_s=\frac{-\Delta}{4a}=\frac{-(25-16)}{8}=-\frac{9}{8}$

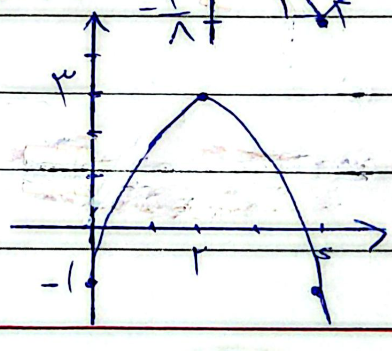
x	$\frac{1}{2}$	$\frac{5}{4}$	2
y	0	$-\frac{9}{8}$	0



← از ناحیه‌ی ۱ و ۲ و ۴ می‌گذرد.

ب) $x_s=\frac{-4}{-2}=2$ $\qquad y_s=\frac{-(16-4)}{-4}=3$

x	0	2	4
y	-1	3	-1



۳- الف) $\alpha+\beta=1$ $\qquad \alpha-\beta=\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}=\frac{\sqrt{1+12}}{|1|}=\sqrt{13}$ $\qquad \frac{\alpha+\beta}{\alpha-\beta}=\frac{1}{\sqrt{13}}=\frac{\sqrt{13}}{13}$

ب) $\alpha^2+\beta^2=S^2-2P \to 1-2(-3)=7$

ج) $\alpha^3+\beta^3=S^3-3SP \to 1-3(1\times-3)=10$

د) $\alpha^3-\beta^3=\underbrace{(\alpha-\beta)}_{\sqrt{13}}\underbrace{(\alpha^2+\beta^2}_{7}\underbrace{+\alpha\beta)}_{-3}=4\sqrt{13}$

۴- معادله یک ریشه دارد ← $x=2$ ← x^2-ax+a یا ۲ (مضاعف) یا کلاً

اگر ۲ باشد ریشه ← $a=4$ ← اگر ریشه نداشته باشد (ریشه ندارد) ← $\Delta<0$ ← $a^2-4a<0$

$\underbrace{a(a-4)}$ ← 0 و 4

	0		4	
$+$		$-$		$+$

$0<a<4 \to (0,4] \to a$

۵-

$x^2-4x-\frac{a}{3}=0 \quad \alpha^2-4\alpha-\frac{a}{3}=0 \longrightarrow \alpha^2-4\alpha=\frac{a}{3}\ ,\ \alpha^2+\beta^2=16+\frac{2a}{3}$

$2\alpha^2+\beta^2-4\alpha=7 \longrightarrow 16+\frac{2a}{3}+\frac{a}{3}=16+a \longrightarrow 16+a=7 \longrightarrow a=-9$

$x^2-12x+27=0 \longrightarrow (x-3)(x-9) \quad \frac{3}{3}=1 \quad \frac{9}{3}=3 \qquad \frac{a}{3}=\frac{-9}{3}=-3$ برابر

روش اروسی

۶-

$x_s=\frac{2a+3+7-2a}{2}=5 \xrightarrow{\text{رأس}} (b,b-2) \longrightarrow b=5 \longrightarrow (5,3)$

$y=a(x-5)^2+3 \qquad 7-2a\geq 1 \longrightarrow 3\geq a \qquad 9-2\geq 1 \longrightarrow a\geq 3 \xrightarrow{\text{اشتراک}} a=3 \qquad A(9,1)\ ,\ B(1,1)$

$x=1 \Longrightarrow 16a+3=1 \Longrightarrow a=-\frac{1}{8} \qquad y=-\frac{1}{8}x^2+\frac{5}{4}x-\frac{1}{8}$

حاصل $=\frac{1}{8}$

۷-

$x^2-x-\frac{b}{a}=0 \Longrightarrow \alpha+\beta=1 \quad \alpha^2=\alpha+\frac{b}{a} \quad \beta^2=\beta+\frac{b}{a}$

$40\beta^2+20\alpha^2-20\beta=17 \Longrightarrow 40\beta+40\frac{b}{a}+20\alpha+20\frac{b}{a}-20\beta=17$

$20(\alpha+\beta)+60\frac{b}{a}=17 \Longrightarrow 60\frac{b}{a}=-3 \Longrightarrow \frac{b}{a}=-\frac{1}{20}\ ,\ \alpha-\beta=\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}=\frac{\sqrt{1+4\frac{b}{a}}}{|1|}$

$\sqrt{1+\frac{1}{5}}=\frac{\sqrt{4}}{5}=\frac{2}{\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$

۸-

$x_s=\frac{-5+1}{2}=-2 \qquad y=a(x+2)^2-\frac{1}{2} \xrightarrow{(0,\frac{3}{2})} 4a-\frac{1}{2}=\frac{3}{2} \longrightarrow a=\frac{1}{2}$

$x=1 \longrightarrow \beta=\frac{1}{2}\times 9-\frac{1}{2}=4$

۹-

$x=\frac{-6\pm\sqrt{36-4a}}{2} \longrightarrow \alpha<\beta\ ,\ \alpha=\frac{-6-\sqrt{36-4a}}{2}\ ,\ \beta=\frac{-6+\sqrt{36-4a}}{2}$

$3\alpha^2=\frac{3(36+36-4a+12\sqrt{36-4a})}{4} \longrightarrow \frac{3(72-4a+12\sqrt{36-4a})}{4}=54-3a+18\sqrt{9-a}$

$2\beta^2=36-2a-12\sqrt{9-a} \qquad 3\alpha^2+2\beta^2=90-5a+6\sqrt{9-a} \longrightarrow \sqrt{4(9-a)} \longrightarrow 12\sqrt{2}+85$

$90-5a=85 \longrightarrow a=1$

۱۰-

$\frac{1}{\sqrt{\alpha}}+\frac{1}{\sqrt{\beta}}=5 \longrightarrow \frac{\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta}}{\sqrt{\alpha\beta}}=5 \qquad \alpha\beta=\frac{1}{36} \Rightarrow \sqrt{\alpha\beta}=\frac{1}{6}$

$(\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta})^2=\alpha+\beta+2\sqrt{\alpha\beta}=\frac{m+26}{36} \longrightarrow \sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta}=\frac{\sqrt{m+26}}{6}$

$\alpha+\beta=\frac{m+14}{36} \qquad 2\sqrt{\alpha\beta}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}=\frac{12}{36}$

$\frac{\frac{\sqrt{m+26}}{6}}{\frac{1}{6}}=5 \longrightarrow \sqrt{m+26}=5 \qquad m+26=25 \longrightarrow m=-1$

$-x^2+3x+2=0 \qquad \frac{c}{a}=-2$ حل