نام و نام خانوادگی: آلاء شاه‌پیری — پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره: ۲۵ — کلاس: دهم دختر C

۱

الف) $y=3x^2-2x$ $\quad c=0 \quad a=3\ a>0 \quad \frac{-b}{2a}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$ $\quad S\left|\begin{matrix}\frac{1}{3}\\ -\frac{1}{3}\end{matrix}\right.$ $\quad S\left|\begin{matrix}\frac{-b}{2a}\\ \frac{-\Delta}{4a}\end{matrix}\right.$ جای‌گذاری یا

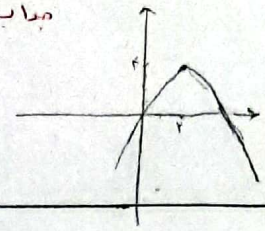
$y=3\times\frac{1}{9}-\frac{2}{3}\to y=\frac{-1}{3}$

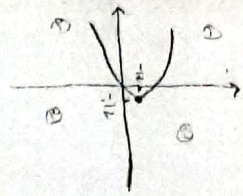
جواب ★ از ناحیه سوم نمی‌گذرد

ب) $y=-x^2+4x$ $\quad c=0 \quad a=-1\ a<0 \quad \frac{-b}{2a}=\frac{-4}{-2}=2$ $\quad S\left|\begin{matrix}\frac{-b}{2a}\\ \frac{-\Delta}{4a}\end{matrix}\right.$ جای‌گذاری یا

$y=-4+8\to y=4$ $\quad S\left|\begin{matrix}2\\ 4\end{matrix}\right.$

جواب ★ از ناحیه دوم نمی‌گذرد

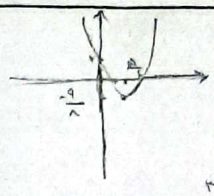




۲

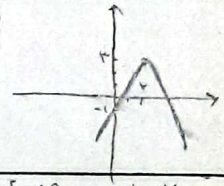
الف) $y=2x^2-5x+2$ $\quad c=2 \quad a>0$ $\quad S\left|\begin{matrix}\frac{-b}{2a}\\ \frac{-\Delta}{4a}\end{matrix}\right.$ جای‌گذاری یا $\quad \frac{-b}{2a}=\frac{5}{4} \quad \frac{-9}{8}$ $\quad S\left|\begin{matrix}\frac{5}{4}\\ \frac{-9}{8}\end{matrix}\right.$

جواب ★ از نواحی ① و ② و ④ می‌گذرد



ب) $y=-x^2+4x-1$ $\quad a<0 \quad c=-1$ $\quad S\left|\begin{matrix}\frac{-b}{2a}\\ \frac{-\Delta}{4a}\end{matrix}\right.$ جای‌گذاری یا $\quad \frac{-b}{2a}=\frac{-4}{-2}=2$ $\quad y=-4+8-1\to y=3$ $\quad S\left|\begin{matrix}2\\ 3\end{matrix}\right.$

جواب ★ از نواحی ① و ③ و ④ می‌گذرد



۳

$x^2-x-3=0 \quad \alpha,\beta$ $\quad \alpha+\beta=\frac{-b}{a}=S \quad \frac{-b}{a}=\frac{1}{1}=1 \quad P=\frac{c}{a}=-3$ $\quad \alpha-\beta=\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}=\frac{\sqrt{13}}{1}=\sqrt{13}$ $\quad \alpha^2+\beta^2=S^2-2P=1+6=7$

الف) $\frac{\alpha+\beta}{\alpha-\beta}=\frac{1}{\sqrt{13}}=\boxed{\frac{\sqrt{13}}{13}}$ جواب

ب) $\alpha^2+\beta^2=S^2-2P=1+6=\boxed{7}$ جواب

ج) $\alpha^3+\beta^3=S^3-3SP=1^3-3(1)(-3)=1+9=\boxed{10}$ جواب

د) $\alpha^3-\beta^3=\underbrace{(\alpha-\beta)}_{\sqrt{13}}\underbrace{(\underbrace{\alpha^2+\beta^2}_{7}+\underbrace{\alpha\beta}_{-3})}_{4}=\boxed{4\sqrt{13}}$ جواب

۴

$y=\underbrace{(x-2)}_{\text{یک ریشه}}\underbrace{(x^2-ax+a)}_{\text{نباید ریشه داشته باشد}}$ $\quad x=2 \quad x^2-ax+a\to\Delta<0$

یعنی باید Δ آن منفی باشد.

$a^2-4a<0 \quad a(a-4)<0 \quad \downarrow 0 \quad \downarrow 4$

اگر به توان ۲ برسانیم ۲ عبارت برابر می‌شود (در صورتی که $\boxed{a=4}$)

★ وقتی می‌گوید محور x ها را در یک نقطه قطع می‌کند یعنی یک ریشه دارد.

	0		4	
+	0	−	0	+

$a\in(0,4]$

$0<a\leq 4$

۵

$3x^2-12x-a=0 \quad \alpha,\beta \quad 2\alpha^2+\beta^2-4\alpha=7\to\alpha^2+\underbrace{\alpha^2+\beta^2}_{16+\frac{2a}{3}}-4\alpha=7$

$\alpha^2+\beta^2=S^2-2P=16+\frac{2a}{3}$

$S=\frac{-b}{a}=\frac{12}{3}=4 \quad P=\frac{c}{a}=\frac{-a}{3}$

$\underbrace{\alpha^2+\frac{2a}{3}-4\alpha}_{\frac{a}{3}}=-9\to\frac{2a}{3}+\frac{a}{3}=-9\to\frac{3a}{3}=-9\to\boxed{a=-9}$

$3\alpha^2-12\alpha-a=0\xrightarrow{\div 3}\alpha^2-4\alpha-\frac{a}{3}=0\to\alpha^2-4\alpha=\frac{a}{3}$

$3x^2-12x+9=0\to x^2-12x+27=0 \quad (x-9)(x-3)=0\to(3x-9)(x-1)=0$ $\to x_1=3$ ریشه بزرگتر، $x_2=1$

$\frac{a}{x_1}=\frac{-9}{3}=\boxed{-3}$ جواب

۶

$A(2a+3,a-2) \quad B(7-2a,a-2) \quad S(\underbrace{b}_{\frac{-b}{2a}},b-2) \quad c=?$

★ چون عرض‌های برابر دارند پس میانگین طول آن‌ها می‌شود محور تقارن با $\frac{-b}{2a}$ یا طول رأس سهمی.

$\frac{2a+3+7-2a}{2}=b\to 2a+3+7-2a=2b\to 2b=10\to\boxed{b=5} \quad S(\underbrace{5}_{h},\underbrace{3}_{k})$

$y=a(x-h)^2+k \quad y=a(x-5)+3$

$a=3\to A(9,1),\ B(1,1)$

★ چون گفته مؤلفه‌ها طبیعی هستند پس فقط a می‌تواند ۳ باشد.

$\to 1=a\underbrace{(1-5)^2}_{-4}+3\to 1=16a+3\to 16a=-2\to a=\frac{-1}{8}$

$y=\frac{-1}{8}(x-5)^2+3\to y=\frac{-1}{8}x^2+\frac{5}{4}x\underbrace{-\frac{25}{8}+3}_{c}\to c=\frac{24}{8}-\frac{25}{8}=\frac{-1}{8}$ $\xrightarrow[\text{فاصله می‌خواد}]{\text{چون}}\left|\frac{-1}{8}\right|=\boxed{\frac{1}{8}}$ جواب

نام و نام خانوادگی: آلاء شاه‌بیری

پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره: ۲۵

کلاس: دهم دختر

۷

$ax^2 - ax - b = 0 \quad \alpha , \beta \qquad 40\beta^2 + 20\alpha^2 - 20\beta = 17$

$\alpha^2+\beta^2 = S^2 - 2P = 1 + \frac{2b}{a}$

$S = \frac{-b}{a} = \frac{a}{a} = 1 \qquad \alpha + \beta = 1$

$P = \frac{c}{a} = \frac{-b}{a} \qquad \alpha = 1-\beta$

$\alpha\beta \xrightarrow{\alpha = 1-\beta} (1-\beta)\beta = \beta - \beta^2 \xrightarrow{\beta^2-\beta = \frac{-1}{20}} \beta - \beta^2 = \frac{1}{20}$

$\alpha - \beta = ? \to (\alpha-\beta)^2 = (\alpha+\beta)^2 - 4\alpha\beta \to (\alpha-\beta)^2 = 1 - 4\alpha\beta$

$\to 40\beta^2 + 20(1-\beta)^2 - 20\beta = 17 \to 40\beta^2 + 20 + 20\beta^2 - 40\beta - 20\beta = 17$

$60\beta^2 - 60\beta + 3 = 0 \to 20\beta^2 - 20\beta + 1 = 0 \qquad 20(\beta^2 - \beta) = -1 \to \beta^2 - \beta = \frac{-1}{20}$

$(\alpha-\beta)^2 = 1 - 4\left(\frac{1}{20}\right) = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5} \xrightarrow{\sqrt{\ }} \alpha - \beta = \frac{2}{\sqrt{5}} = \boxed{\frac{2\sqrt{5}}{5}}$ جواب

۸

$A(1,\beta) \quad B=(-5,\beta) \qquad S\left|\begin{matrix}\frac{-b}{2a}\\ \end{matrix}\right. \qquad \frac{1-5}{2} = \frac{-4}{2} = -2$

* عرض‌های برابر باشد، میانگین طول‌ها می‌شود $\frac{-b}{2a}$ یعنی محور تقارن سهمی.

$C = \frac{3}{2} \qquad S\left|\begin{matrix}-2\\ -\frac{1}{2}\end{matrix}\right.$

$y = a(x-h)^2 + k \to y = a(x+2)^2 - \frac{1}{2} \to y = \underbrace{a}_{a}x^2 + \underbrace{4a}_{b}x + \underbrace{4a - \frac{1}{2}}_{c} \to 4a - \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \to 4a = \frac{4}{2} \to 4a = 2 \to \boxed{a = \frac{1}{2}}$

$y = \frac{1}{2}x^2 + 2x + \frac{3}{2} \to \beta = \frac{1}{2}\times 1 + 2\times 1 + \frac{3}{2} \to \beta = \frac{1}{2} + 2 + \frac{3}{2} \to \boxed{\beta = 4}$ جواب

۹

$x^2 + 6x + a = 0 \quad \alpha,\beta \quad \alpha < \beta < 0 \qquad \underset{2.5+0.5}{3}\alpha^2 + \underset{2.5-0.5}{2}\beta^2 = 12\sqrt{2} + 85 \qquad a = ?$

$\alpha^2 + 6\alpha + a \to \alpha^2 = -6\alpha - a \qquad \beta^2 + 6\beta + a \to \beta^2 = -6\beta - a$

$S = \frac{-b}{a} = -6$

$P = \frac{c}{a} = a \qquad 2.5\alpha^2 + 2.5\beta^2 + 0.5\alpha^2 - 0.5\beta^2 = 12\sqrt{2} + 85 \to 2.5(\underbrace{\alpha^2+\beta^2}_{S^2-2P=}) + 0.5(\alpha^2 - \beta^2) = 12\sqrt{2} + 85$

$2.5(36 - 2a) + 0.5(-6\alpha - a + 6\beta + a) = 12\sqrt{2} + 8a \to 90 - 5a + 3(\underbrace{\beta - \alpha}_{\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}}) = 12\sqrt{2} + 85$

$3\sqrt{36-4a} - 5a = 12\sqrt{2} - 5 \to 6\sqrt{9-a} - 12\sqrt{2} = 5a - 5$

$\to 6(\sqrt{9-a} - 2\sqrt{2}) = 5(a-1) \xrightarrow{a=1}$

$6(\sqrt{8} - \sqrt{8}) = \alpha(1-1) \to 0 = 0 \checkmark \qquad \boxed{a=1}$ جواب

۱۰

$36x^2 - (m+14)x + 1 = 0$

$mx^2 + 3x + 2 = 0$

$P = \frac{c}{a} = \frac{1}{36}$

$S = \frac{-b}{a} = \frac{m+14}{36}$

$\left(\frac{1}{\sqrt{\alpha}} + \frac{1}{\sqrt{\beta}}\right)^2 = (5)^2 \to \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} + \frac{2}{\sqrt{\alpha\beta}} = 25 \to \frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta} + \frac{2}{\sqrt{\frac{1}{36}}} = 25$

$\frac{\frac{m+14}{36}}{\frac{1}{36}} + \frac{2}{\frac{1}{6}} = 25 \to m + 14 + 12 = 25 \to \boxed{m = -1}$

$-x^2 + 2x + 2 = 0 \to P = \frac{c}{a} = \frac{2}{-1} = \boxed{-2}$ جواب