۲۰

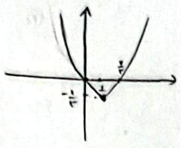
نام و نام خانوادگی ..مهسا همتی.......... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..۲۵.. کلاس ....دهم دبیرستان......

۱

الف) $y = ۳x^۲ - ۲x$

Min $\left| \begin{array}{l} x = \frac{-b}{۲a} = \frac{۲}{۶} = \frac{۱}{۳} \\ y = \frac{-\Delta}{۴a} = \frac{-۴}{\underset{۴\times۳}{۱۲}} = \frac{-۱}{۳} \end{array} \right.$

$\xrightarrow{x=۰} y=۰$

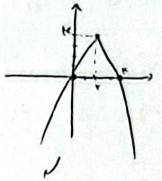


از ناحیه سوم نمی گذرد

ب) $y = -x^۲ + ۴x$

Max $\left| \begin{array}{l} x = \frac{-b}{۲a} = \frac{-۴}{-۲} = ۲ \\ y = -۴ + ۸ = ۴ \end{array} \right.$

$\xrightarrow{x=۰} y=۰$



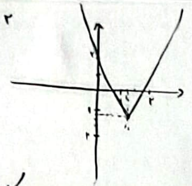
از ناحیه دوم نمی گذرد

۲

الف) $y = ۲x^۲ - ۵x + ۲$

Min $\left| \begin{array}{l} x = \frac{۵}{۴} \\ y = \frac{-۹}{۸} \end{array} \right.$

$\xrightarrow{x=۰} y = ۲$

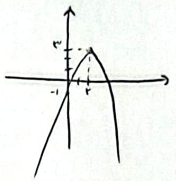


از نواحی اول ،دوم و چهارم می گذرد

ب) $y = -x^۲ + ۴x - ۱$

Max $\left| \begin{array}{l} x = \frac{-۴}{-۲} = ۲ \\ y = -۴ + ۸ - ۱ = ۳ \end{array} \right.$

$\xrightarrow{x=۰} y = -۱$



از نواحی اول سوم و چهارم می گذرد.

۳

الف) $\underset{S}{\alpha+\beta} = \frac{-b}{a} = \frac{۱}{۱} = ۱ \;/\; \alpha-\beta = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{\sqrt{۱+۱۲}}{۱} = \sqrt{۱۳} \Rightarrow \frac{\alpha+\beta}{\alpha-\beta} = \frac{۱}{\sqrt{۱۳}} = \boxed{\frac{\sqrt{۱۳}}{۱۳}}$

ب) $\alpha^۲+\beta^۲ = S^۲ - ۲\underset{\frac{c}{a}}{P} = ۱^۲ - ۲\left(\frac{-۳}{۱}\right) = ۱ + ۶ = \boxed{۷}$

ج) $\alpha^۳+\beta^۳ = S^۳ - ۳PS = ۱^۳ - ۳\times(-۳)(۱) = ۱ + ۹ = \boxed{۱۰}$

د) $\alpha^۳-\beta^۳ = (\alpha-\beta)(\alpha^۲+\beta^۲+\alpha\beta) = \sqrt{۱۳}\,(۷ + (-۳)) = \boxed{۴\sqrt{۱۳}}$

۴

$y = (x-۲)(x^۲ - ax + a)$

① حالت → $x=۲$ $x=۲$ $\longrightarrow ۴ - ۲a + a = ۰ \rightarrow ۴ = a$

② حالت → $x=۲$ ریشه حقیقی ندارد $\longrightarrow \Delta < ۰ \rightarrow a^۲ - ۴a < ۰ \rightarrow a(a-۴) < ۰$ $\begin{array}{c|c|c} & ۰ & ۴ \\ \hline + & - & + \end{array} \rightarrow (۰,۴)$

ریشه های معادل مضاعف

$① \cup ② = (۰,۴) \cup \{۴\} = (۰,۴]$

۵

$۳x^۲ - ۱۲x + a = ۰ \longrightarrow ۳\alpha^۲ - ۱۲\alpha + a = ۰ \rightarrow ۳\alpha^۲ - ۱۲\alpha = -a \rightarrow \alpha^۲ - ۴\alpha = \frac{-a}{۳}$

$۲\alpha^۲ + \beta^۲ - ۴\alpha = ۷ \longrightarrow \underbrace{\alpha^۲+\beta^۲}_{S^۲-۲P} + \alpha^۲ - ۴\alpha = ۷ \rightarrow ۱۶ - \frac{۲a}{۳} - \frac{a}{۳} = ۷ \rightarrow ۱۶ - a = ۷ \rightarrow a = ۹$

$S = \frac{-b}{a} = \frac{۱۲}{۳} = ۴$

$P = \frac{c}{a} = \frac{a}{۳}$

$\Rightarrow ۳x^۲ - ۱۲x + ۹ = ۰ \xrightarrow{a+b+c=۰} x = ۱ \;,\; x = \frac{۹}{۳} = \boxed{۳}$

$\frac{a}{\text{ریشه بزرگ}} = \frac{۹}{۳} = \boxed{۳}$

۶	محور تقارن = طول رأس، $x = \frac{۷-\cancel{۲a}+\cancel{۲a}+۳}{۲} = \frac{۱۰}{۲} = ۵ \xrightarrow{x=۰} -\frac{۱}{۲}(۰-۵)^۲+۹ = y \to y = \frac{-۲۵}{۲}+\frac{۱۸}{۲} = \frac{-۷}{۲} = \boxed{-۳/۵}$ عرض از مبدأ ext $\left\vert \begin{matrix} b = ۵ \\ b-۲ = ۳ \end{matrix}\right.$ $\Rightarrow K(x-۵)^۲+۹=y \xrightarrow{(۱,۱)} K(۱-۵)^۲+۹=۱ \to ۱۶K=-۸$ $K=-\frac{۱}{۲}$ مؤلفه طولی $\nearrow ۷-۲a>۰ \to ۷>۲a \to ۳/۵>a$ $\searrow a-۲>۰ \to a>۲ \longrightarrow ۳/۵>a>۲ \Rightarrow a=۳$ a صحیح $\Rightarrow (۷-۲a\ ,\ a-۲)=(۱,۱)$
۷	$۲۰\beta^۲+۲۰\beta^۲-۲۰\beta+۲۰\alpha^۲=۱۷ \to ۲۰(\beta^۲+\alpha^۲+\beta^۲-\beta)=۱۷$ $S=\frac{-b}{a}=\frac{a}{a}=۱$ $P=\frac{c}{a}=\frac{-b}{a}$ $a\beta^۲-a\beta-b=۰ \to a(\beta^۲-\beta)=b \to \beta^۲-\beta=\frac{b}{a}$ / $\alpha^۲+\beta^۲=S^۲-۲P=۱+\frac{۲b}{a}$ $۲۰(\underbrace{\cancel{۱+\frac{۲b}{a}+\frac{b}{a}}}_{۱+۳\frac{b}{a}})=۱۷ \to ۲۰+۶۰\frac{b}{a}=۱۷ \to ۶۰\frac{b}{a}=-۳ \to \frac{b}{a}=\frac{-۱}{۲۰} \to b=\frac{-a}{۲۰}$ اختلاف ریشه‌ها $=\sqrt{S^۲-۴P}=\sqrt{۱-۴\times\frac{-b}{a}}=\sqrt{۱+۴\frac{b}{a}}=\sqrt{۱+\cancel{۴}\times\frac{-۱}{\underset{۵}{\cancel{۲۰}}}}=\sqrt{\frac{۴}{۵}}=\boxed{\frac{۲}{\sqrt{۵}}}$
۸	ext $\left\vert \begin{matrix} x = \text{محور تقارن} = \frac{-۵+۱}{۲}=\frac{-۴}{۲}=-۲=\frac{-b}{۲a} \to b=۴a \\ -\frac{۱}{۲} \end{matrix}\right.$ $c=\frac{۳}{۲}$ $\Rightarrow y=ax^۲+bx+c \to -\frac{۱}{۲}=a\times\overset{۴}{\cancel{(-۲)^۲}}+b(-۲)+\frac{۳}{۲}$ $y=\frac{۱}{۲}x^۲+۲x+\frac{۳}{۲}$ $-\frac{۱}{۲}=۴a-۲b+\frac{۳}{۲} \to ۴a-۲b=-۲$ $۲a-b=-۱$ $۲a-۴a=-۱$ $-۲a=-۱$ $a=\frac{۱}{۲}$ / $b=۲$ $(۱,\beta) \to \beta=\frac{۱}{۲}+۲+\frac{۳}{۲}=\frac{۴}{۲}+۲=۲+۲=\boxed{۴}$
۹	$x=\frac{-۶\pm\sqrt{۳۶-۴a}}{۲}=-۳\pm\sqrt{۹-a} \xrightarrow{\alpha<\beta} \alpha=-۳-\sqrt{۹-a}$ ، $\beta=-۳+\sqrt{۹-a}$ $۳\alpha^۲=۳(-۳-\sqrt{۹-a})^۲=۳(\overset{۱۸}{۹+۹}-a+۶\sqrt{۹-a})=۵۴-۳a+۱۸\sqrt{۹-a}$ $۲\beta^۲=۲(-۳+\sqrt{۹-a})^۲=۲(\overset{۱۸}{۹+۹}-a-۶\sqrt{۹-a})=۳۶-۲a-۱۲\sqrt{۹-a}$ $۳\alpha^۲+۲\beta^۲=۸۵+۱۲\sqrt{۲} \to ۵۴-۳a+۱۸\sqrt{۹-a}+۳۶-۲a-۱۲\sqrt{۹-a}=۸۵+۱۲\sqrt{۲}$ $\to ۹۰-۵a+۶\sqrt{۹-a}=۸۵+۱۲\sqrt{۲} \to ۵-۵a+۶\sqrt{۹-a}=۱۲\sqrt{۲} \longrightarrow \boxed{a=۱} \longrightarrow \cancel{۵}-\cancel{۵}+۶\sqrt{۸}=۱۲\sqrt{۲}$ ✓
۱۰	$(\sqrt{\frac{۱}{\alpha}}+\sqrt{\frac{۱}{\beta}}=۵)^۲ \to ۲۵=\frac{۱}{\alpha}+\frac{۱}{\beta}+۲\sqrt{\frac{۱}{\alpha\beta}}=\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}+۲\sqrt{\frac{۱}{\alpha\beta}}$ $S=\alpha+\beta=\frac{-b}{a}=\frac{m+۱۴}{۳۶}$ $=\frac{\frac{m+۱۴}{\cancel{۳۶}}}{\frac{۱}{\cancel{۳۶}}}+۲\sqrt{\frac{۱}{\cancel{\frac{۱}{۳۶}}}}=m+۱۴+۱۲=۲۵$ ۳۶ $P=\frac{c}{a}=\alpha\beta=\frac{۱}{۳۶}$ $m+۲۶=۲۵$ $\boxed{m=-۱}$ $\Rightarrow -x^۲+۳x+۲=۰ \longrightarrow P=\frac{c}{a}=\frac{۲}{-۱}=\boxed{-۲}$