پیسا ترافانی   تکلیف   پنجشنبه (رضتراله)

①

الف) $y = 3x^2 - 2x$ ← $a > 0$ (min) → ۱ و ۲ را می‌گذرد

$\hookrightarrow ext = \left| \begin{array}{l} \frac{-b}{2a} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \\ \frac{-\Delta}{4a} = \frac{-4}{12} = -\frac{1}{3} \end{array} \right.$ $\xrightarrow{\text{ناحیه}}$ ۴ ، $x > 0$ ، $y < 0$

$\Delta = 4 - 0 = 4$

از ناحیه سوم نمی‌گذرد

ربع ۳

ب) $y = -x^2 + 4x$ ← $a < 0$ (max) → ۳ و ۴ را می‌گذرد

$\hookrightarrow ext = \left| \begin{array}{l} \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{-2} = +2 \\ \frac{-\Delta}{4a} = \frac{-16}{-4} = +4 \end{array} \right.$ → ناحیه ۱ ، $x > 0$ ، $y > 0$

$\Delta = 16 - 0 = 16$

از ناحیه ۱ ... دوم نمی‌گذرد

ربع ۲

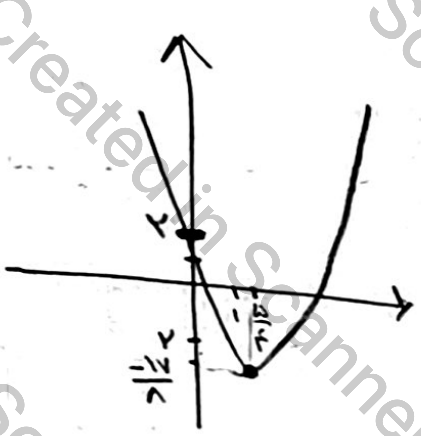
②

الف) $y = 2x^2 - 5x + 2$ ← $a > 0$ (min) → ۱ و ۲ را می‌گذرد

$\hookrightarrow ext = \left| \begin{array}{l} \frac{-b}{2a} = \frac{5}{4} \\ \frac{-\Delta}{4a} = \frac{-17}{8} \end{array} \right.$ → $x > 0$ ، $y < 0$ → ناحیه ۴

$\Delta = 25 - 8 = 17$

۳ نمی‌گذرد



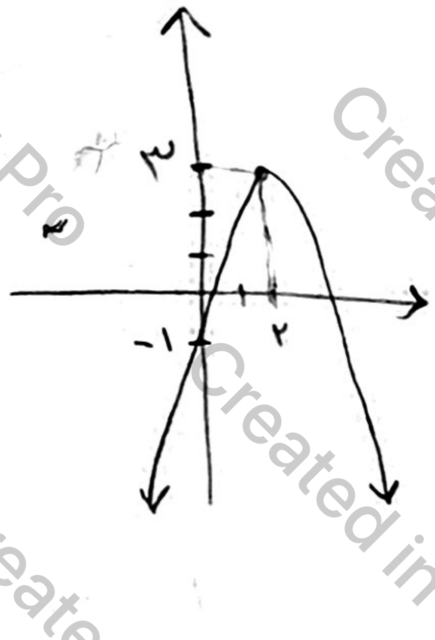
ربع ۱ و ۲

ب) $y = -x^2 + 4x - 1$ ← $a < 0$ (max) → ۳ و ۴ می‌گذرد

$\hookrightarrow ext = \left| \begin{array}{l} \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{-2} = +2 \\ \frac{-\Delta}{4a} = \frac{-12}{-4} = 3 \end{array} \right.$ $\xrightarrow{x > 0}$ $y > 0$ ناحیه ۱ می‌گذرد

$\Delta = b^2 - 4ac = 16 - 4 = 12$

ناحیه دوم نمی‌گذرد



ربع ۱ و ۳ و ۴

(۳)

$x^۲ - x - ۳ = ۰ \xrightarrow{x=\alpha} \alpha^۲ - \alpha - ۳ = ۰$

$\xrightarrow{x=\beta} \beta^۲ - \beta - ۳ = ۰$

$\Delta = +۱ + ۱۲ = ۱۳$

$b^۲ - ۴ac$

$۱ - ۴(۱)(-۳) = ۱۳$ ($+۱۲$)

$S = +۱$

$P = -۳$

$\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{\sqrt{\Delta}}{۱} = \sqrt{۱۳}$

الف) $\frac{\alpha+\beta}{\alpha-\beta} = \frac{S}{\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}} = \frac{۱}{\sqrt{۱۳}} \times \frac{\sqrt{۱۳}}{\sqrt{۱۳}} = \frac{\sqrt{۱۳}}{۱۳}$

ب) $\alpha^۲ + \beta^۲ = S^۲ - ۲P \Rightarrow ۱ + ۶ = ۷$

ج) $\alpha^۳ + \beta^۳ = S^۳ - ۳SP \Rightarrow ۱ - ۳(۱)(-۳) = ۱۰$ ($+۹$)

$(\alpha+\beta)^۳ - ۳\alpha\beta(\alpha+\beta)$

د) $\alpha^۳ - \beta^۳ = (\alpha-\beta)^۳ + ۳\alpha\beta(\alpha-\beta)$

$\left(\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}\right)^۳ + ۳P\left(\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}\right)$

$(\sqrt{۱۳})^۳ + ۳(-۳)(\sqrt{۱۱})$ (-۹)

$۱۳\sqrt{۱۳} - ۹\sqrt{۱۱} = ۴\sqrt{۱۳}$

(۴)

ریشه مضاعف ۲

$\xrightarrow{\Delta = ۰} k(x-۲)^۲ \to k(x^۲ + ۴ - ۴x) \to kx^۲ - ۴kx + ۴k$

$x^۲ - ax + a$

$y = (x-۲)(x^۲ - ax + a)$

فقط این بار ریشه داشته باشد

$\to \Delta < ۰$

$۱ = k$, $a = ۴k$, $a = ۴$ $\to x^۲ - ۴x + ۴$

$\Delta = ۱۶ - ۱۶ = ۰$

$\Delta = b^۲ - ۴ac \to a^۲ - ۴a < ۰$

$a(a-۴) < ۰$ → (+ ۰ − ۴ +)

$a = ۰$, $a = +۴$

$(۰, ۴]$

$۰ < a < ۴$

(۵)

$۳x^۲ - ۱۲x - a = ۰ \xrightarrow{x=\alpha} ۳\alpha^۲ - ۱۲\alpha - a = ۰ \to ۳\alpha^۲ - ۱۲\alpha = a$

$\xrightarrow{x=\beta} ۳\beta^۲ - ۱۲\beta - a = ۰$

$۲\alpha^۲ + \beta^۲ - ۴\alpha = ۷$

$S = \frac{+۱۲}{۳} = ۴$

$\alpha^۲ + \alpha^۲ + \beta^۲ - ۴\alpha - ۷ = ۰$

$P = \frac{-a}{۳} = \frac{+۹}{۳} = ۳$

$S^۲ - ۲P$

$۱۶ + \frac{a}{۶}$

$۳x^۲ - ۱۲x + ۹ = ۰$ → $x_۱ = ۱$, $x_۲ = \frac{c}{a} = \frac{۹}{۳} = ۳$ (ریشه بزرگتره)

$a + b + c = ۰$

$۱۶ \times ۳ = ۴۸$, $۴۸ - ۲۱ = ۲۷$ (۱)

$\alpha^۲ - ۴\alpha - ۷ + ۱۶ + \frac{a}{۶} = ۰$

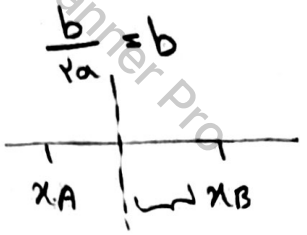
$-۹ \div ۳ = -۳$

$\times ۳$: $۳\alpha^۲ - ۱۲\alpha - ۲۱ + ۴۸ + ۲a \to ۳a + ۲۷ = ۰ \to ۳a = -۲۷ \to a = -۹$

$A(2a+3, a-2)$

$B(10-2a, a-2)$

$S(b, b-2)$



$y_S = 3^{\quad} \quad 7-2a > 0$

$2a+3 > 0 \rightarrow 2 < a < 2.5$

$a-2 > 0 \qquad a \leq 3$

$(9,1), (1,1)$

$y-2 = a(x-3)^2 \rightarrow x_S = \frac{1}{8}, y_S = -\frac{1}{8}$

$ax^2 - ax - b = 0 \xrightarrow{x=\alpha} a\alpha^2 - a\alpha - b = 0$

$\xrightarrow{x=\beta} a\beta^2 - a\beta - b = 0$

$S = \frac{a}{a} = 1 = \alpha + \beta \qquad P = -\frac{b}{a}$

$4\beta^2 - 20\beta^2 + 4\alpha^2 - 20\beta = 17$

$\alpha + \beta = 1 \rightarrow \beta = 1 - \alpha$

$40(1-\alpha)^2 + 40\alpha^2 - 20(1-\alpha) = 17$

$80\alpha^2 - 80\alpha + 23 = 0 \rightarrow 20\alpha^2 - 20\alpha + 1 = 0$

$|\alpha - \beta| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{\sqrt{240}}{80} = 0.4\sqrt{6}$

$x_S = \frac{1-3}{2} = -2$

$f(x) = a(x+2)^2 - \frac{1}{2}$

$f(0) = 4a - \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \rightarrow a = \frac{1}{2}$

$f(1) = \beta \rightarrow \beta = 4$

① $x^2+4x+a=0$ $\xrightarrow{x=\alpha}$ $\alpha^2+4\alpha+a=0$ $\xrightarrow{x=\beta}$ $\beta^2+4\beta+a=0$

$S=-4$

$P=a$ $f(0)=a>0$

	α		β	
	$+\phi$	$-\phi$		$+$
		$\searrow 0$		

$9-4a+4\sqrt{9-a}$

$=12\sqrt{12+8a}$

$a=1$

$\Rightarrow \frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}$ $\nearrow -2-\sqrt{9-\alpha}$ $\searrow -2+\sqrt{9-\alpha}$

$3\alpha^2+2\beta^2=12\sqrt{2}+8a$

$\alpha^2+2\alpha^2+2\beta^2=12\sqrt{2}+8a$

$2(S^2-2P)$

$18-2a$

$\alpha^2+18-4a=12\sqrt{2}+8a$

$\rightarrow -4a-a-4a=12\sqrt{2}+12$

$\alpha+(\alpha-a)+4\sqrt{9-a}+2(18-2a)$

(1.)

$۳۶x^۲ - (m+۱۴)x + ۱ = ۰$ $\xrightarrow{x=\alpha}$ $۳۶\alpha^۲ - (m+۱۴)\alpha + ۱ = ۰$

$\xrightarrow{x=\beta}$ $۳۶\beta^۲ - (m+۱۴)\beta + ۱ = ۰$

$\sqrt{\frac{۱}{\alpha}} + \sqrt{\frac{۱}{\beta}} = ۵$

$S = \frac{m+۱۴}{۳۶}$

$P = \frac{۱}{۳۶}$

$+x^۲ + ۳x + ۲ \rightarrow P = -۲$

$\rightarrow$ طرفین $\frac{۱}{\alpha} + \frac{۱}{\beta} + ۲\sqrt{\frac{۱}{\alpha\beta}} = ۲۵$

$۲\frac{۱}{\sqrt{\alpha\beta}} \times \frac{\sqrt{\alpha\beta}}{\sqrt{\alpha\beta}} = ۲\frac{\sqrt{\alpha\beta}}{\alpha\beta}$

$\frac{\alpha+\beta+۲\sqrt{\alpha\beta}}{\alpha\beta} = \frac{S+۲\sqrt{P}}{P} = \frac{\frac{m+۱۴}{۳۶} + \frac{۱}{۳۶}}{\frac{۱}{۳۶}} \rightarrow \frac{\frac{m+۱۴+۱۲}{۳۶}}{\frac{۱}{۳۶}} = m+۲۶ = ۲۵$

$m = -۱$