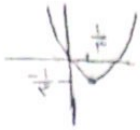
پاسخ تمارین

(۱

$y=3x^2-2x$ min $\left| \frac{-b}{2a}=\frac{1}{3} \quad \frac{-\Delta}{4a}=\frac{-(4)}{12}=\frac{-1}{3} \right.$



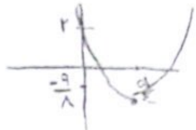
ناحیه ۳

$y=-x^2+4x$ max $\left| \frac{-b}{2a}=\frac{-4}{-2}=2 \quad \frac{-\Delta}{4a}=\frac{-16}{-4}=4 \right.$

ناحیه ۲

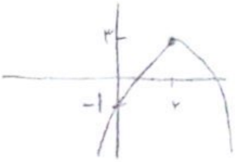
(۲

$y=2x^2-5x+2$ min $\left| \frac{-b}{2a}=\frac{5}{4} \quad \frac{-\Delta}{4a}=\frac{-(25-16)}{8}=\frac{-9}{8} \right.$



ناحیه ۱، ۲ و ۴

$y=-x^2+4x-1$ max $\left| \frac{-b}{2a}=\frac{-4}{-2}=2 \quad \frac{-\Delta}{4a}=\frac{-(16-4)}{-4}=3 \right.$



ناحیه ۱، ۳، ۴

(۳

$x^2-x-3=0 \quad \underset{\alpha+\beta}{\frac{-b}{a}}=1 \quad \frac{c}{a}=-3\to\alpha\beta$

$\frac{\alpha+\beta}{\alpha-\beta}=\frac{1}{\sqrt{13}} \leftarrow (\alpha-\beta)^2=\alpha^2+\beta^2-2\alpha\beta$

$7-(-6)=13$

$\alpha^2+\beta^2\Rightarrow(\alpha+\beta)^2=\alpha^2+\beta^2+\overset{-6}{2\alpha\beta}=1\to\alpha^2+\beta^2=7$

$\alpha^3+\beta^3\Rightarrow\underbrace{(\alpha+\beta)}_{1}\underbrace{(\alpha^2+\beta^2-\alpha\beta)}_{7-(-3)}=\alpha^3+\beta^3=10$

$\alpha^3-\beta^3\Rightarrow\underbrace{(\alpha-\beta)}_{\sqrt{13}}\underbrace{(\alpha^2+\beta^2+\alpha\beta)}_{4}=4\sqrt{13}$

(۴

مجموع مقادیر a ؟

$y=(x-2)\underbrace{(x^2-ax+a)}\to\Delta<0$

$a^2-4a<0$ $\quad \begin{array}{ccccc} & 0 & & 4 & \\ + & & - & & + \end{array} \quad (0\,,\,4)$

به a ها را در یک نقطه ← یک ریشه دارد ← ۲

(۵

$3x^2-12x-a=0 \qquad 2\alpha^2+\beta^2-4\alpha=7$

$3(\alpha^2-4\alpha)=a \qquad \underbrace{\alpha^2+\beta^2}+\underbrace{\alpha^2-4\alpha}=7$

$\alpha^2-4\alpha=\frac{a}{3} \qquad 16+\frac{2}{3}a+\frac{a}{3}=16+a=7 \quad \boxed{a=-9}$

$\alpha^2+\beta^2=S^2-2P=16+\frac{2}{3}a \qquad 3x^2-12x+9=0\to x^2-4x+3=0$

$\frac{-9}{3}=-3 \qquad (x-3)(x-1)=0$

ریشه‌ها = ۱ و ۳ ← بزرگتر = ۳

$B(۷-۲a, a-۲)$ $\quad S = (b, b-۲)$

$A(۲a+۳, a-۲)$ $\quad c = ?$ $\quad c = ۲۵m$

$x_{رأس} = \dfrac{۷-۲a+۲a+۳}{۲} = ۵ = b$ $\quad \begin{vmatrix} ۵ \\ ۳ \end{vmatrix}$ $\quad ۷-۲a > ۰ \to a < ۳{,}۵$; $a-۲>۰ \to a>۲$; $۲a+۳>۰ \to a > -۱{,}۵$; مولفه طبیعی $\boxed{a=۳}$

$y = z(x-h)^۲ + k$

$z(x-۵)^۲+۳ \to a-۲ = z(۷-۲a-۵)^۲+۳ \to$

$a-۲ = ۴z(۱-a)^۲+۳ \to a-۵ = ۴z(۱-a)^۲ \to a=۳ \to$

$-۲ = ۱۶z \to z = \dfrac{-۱}{۸}$ $\quad y = \dfrac{-۱}{۸}(x-۵)^۲+۳$

$\boxed{فاصله = \dfrac{۱}{۸}}$

$ax^۲ - ax - b = ۰ \quad \alpha+\beta = ۱ \quad \beta = ۱-\alpha$ $\quad$ (۷

$۴۰\beta^۲ + ۲۰\alpha^۲ - ۲۰\beta = ۱۷ \xrightarrow{\div ۲۰} ۲\beta^۲ + \alpha^۲ - \beta = \dfrac{۱۷}{۲۰}$

$۲(۱-\alpha)^۲ + \alpha^۲ - (۱-\alpha) = \dfrac{۱۷}{۲۰} \to ۳\alpha^۲ - ۳\alpha + ۱ = \dfrac{۱۷}{۲۰} \to ۶۰\alpha^۲ - ۶۰\alpha + ۲۰ = ۱۷$

$۱۲۰\alpha^۲ - ۲۰\alpha + ۱ = ۰ \to \alpha = \dfrac{۲۰ \pm \sqrt{۳۲۰}}{۴۰} = \dfrac{۵ \pm ۲\sqrt{۵}}{۱۰}$

$|\alpha-\beta| = |\alpha - ۱ + \alpha| = |۲\alpha - ۱| = \left|۲\left(\dfrac{۵\pm ۲\sqrt{۵}}{۱۰}\right) - ۱\right| = \left|\pm \dfrac{۲\sqrt{۵}}{۵}\right| = \boxed{\dfrac{۲\sqrt{۵}}{۵}}$

$\dfrac{-\Delta}{۴a} = \dfrac{-۱}{۲}$ $\quad (-۵, \beta)$ $\quad y = ax^۲ + bx + c$ $\quad$ (۸

$c = \dfrac{۳}{۲}$ $\quad (۱, \beta)$ $\quad y = ax^۲ + bx + \dfrac{۳}{۲}$; $y = ax^۲ + bx + \dfrac{۳}{۲} \Longrightarrow \beta = ۲۵a - ۵b + \dfrac{۳}{۲}$; $\beta = a + b + \dfrac{۳}{۲}$

$۲۵a - ۵b = a + b \to ۲۴a = ۶b \quad b = ۴a \quad \beta = \dfrac{۱}{۲} + ۲ + \dfrac{۳}{۲} = \boxed{۴}$

$+\left(\dfrac{\cancel{b^۲} - ۴ac}{۴a}\right) = \dfrac{+۱}{۲} \to ۴a - c = \dfrac{۱}{۲} \to ۴a = ۲ \quad a = \dfrac{۱}{۲}$

$x^۲ + ۶x + a = ۰$ $\quad ۳\alpha^۲ + ۲\beta^۲ = ۱۲\sqrt{۲} + ۸۵$ $\quad$ (۹

$\alpha < \beta < ۰$ $\quad \dfrac{۵}{۲}(\alpha^۲+\beta^۲) + \dfrac{۱}{۲}(\alpha^۲ - \beta^۲) = ۱۲\sqrt{۲} + ۸۵$

$\alpha^۲ + \beta^۲ + ۲\alpha\beta =$

$\dfrac{۵}{۲}(۳۶ - ۲a) + \dfrac{۱}{۲}(-۶)(-\sqrt{۳۶-۴a}) = ۱۲\sqrt{۲} + ۸۵$

$۹۰ - ۵a + ۳\sqrt{۳۶-۴a} = ۱۲\sqrt{۲} + ۸۵ \to ۹۰ - ۵a = ۸۵$

$\boxed{a = ۱}$

۱۰)

$$۱۶x^{۲} - (m+۱۴)x + ۱ = ۰ \qquad \frac{۱}{\sqrt{\alpha}} + \frac{۱}{\sqrt{\beta}} = ۵ \overset{۲}{\Longrightarrow}$$

$$\frac{۱}{\alpha} + \frac{۱}{\beta} + ۲\sqrt{\frac{۱}{\alpha\beta}} = ۲۵ \rightarrow \frac{\beta+\alpha}{\alpha\beta} + ۲\sqrt{\frac{۱}{\alpha\beta}} = ۲۵$$

$$\alpha\beta = \frac{۱}{۳۶} \qquad \alpha+\beta = \frac{m+۱۴}{۳۶} \rightarrow \frac{\frac{m+۱۴}{۳۶}}{\frac{۱}{۳۶}} + ۲\sqrt{\frac{۱}{\frac{۱}{۳۶}}} = ۲۵ \rightarrow m = -۱$$

$$-x^{۲} + ۳x + ۲ = ۰$$

$$\frac{c}{a} = \frac{۲}{-۱} = -۲$$