نام و نام خانوادگی ..... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۲۰ کلاس .....

۲۰

۱

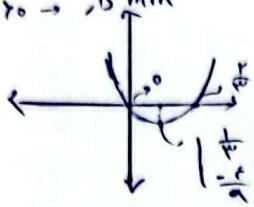
الف) $y = 3x^2 - 2x$ ، $a > 0 \rightarrow$ دارای min

$\frac{-b}{2a} = \frac{-(-2)}{2\times 3} = \frac{1}{3}$

$c = 0 \rightarrow$ مبدأ مختصات

$\frac{-\Delta}{4a} = \frac{-b^2+4ac}{4a} = \frac{-4}{9}$

$3x^2 - 2x = 0 \begin{cases} x = \frac{2}{3} \\ x = 0 \end{cases}$



از ناحیه سوم نمی گذرد.

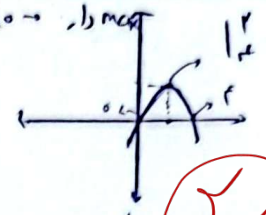
ب) $y = -x^2 + 4x$ ، $a < 0 \rightarrow$ دارای max

$\frac{-b}{2a} = \frac{-4}{-2} = 2$

$c = 0 \rightarrow$ مبدأ مختصات

$\frac{-\Delta}{4a} = \frac{-b^2+4ac}{4a} = \frac{-16}{-4} = 4$

$-x^2 + 4x = 0 \begin{cases} x = 0 \\ x = 4 \end{cases}$



از ناحیه سوم نمی گذرد.

۲

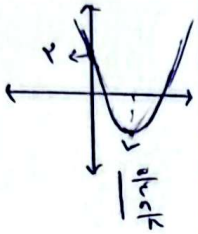
الف) $y = 2x^2 - 5x + 2$

عرض از مبدأ $= 2$

$\frac{-\Delta}{4a} = \frac{-b^2+4ac}{4a} = \frac{-25+8}{8} = \frac{9}{8}$

$\frac{-b}{2a} = \frac{5}{4}$

$a > 0 \rightarrow$ دارای max



از نواحی ۱، ۲ و ۴ نمی گذرد.

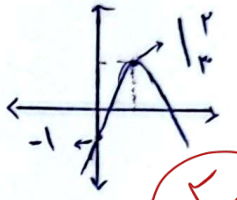
ب) $y = -x^2 + 4x - 1$

عرض از مبدأ $= -1$

$\frac{-\Delta}{4a} = \frac{-b^2+4ac}{4a} = \frac{-12+4}{-4} = 2$

$\frac{-b}{2a} = \frac{-4}{-2} = 2$

$a < 0 \rightarrow$ دارای max



از نواحی ۱، ۳ و ۴ نمی گذرد.

۳

$\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}x - \frac{3}{2} = 0 \rightarrow S = \frac{-b}{a} = \frac{-(-1)}{1} = 1$ ، $P = \frac{c}{a} = \frac{-3}{1} = -3$ ، $\Delta = b^2 - 4ac = 1 + 12 = 13$

$D = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \sqrt{13}$

الف) $\frac{\alpha+\beta}{\alpha-\beta} = \frac{S}{D} = \frac{1}{\sqrt{13}}$ یا $\frac{\sqrt{13}}{13}$

ب) $\alpha^2 + \beta^2 = S^2 - 2P = 1 + 6 = 7$

ج) $\alpha^3 + \beta^3 = S^3 - 3SP = 1 + 9 = 10$

د) $\alpha^3 - \beta^3 = (\alpha-\beta)(\alpha^2+\beta^2+\alpha\beta) = (\sqrt{13})(7+(-3)) = 4\sqrt{13}$

۴

$y = (m-2)(m^2 - am + a)$

اگر $m = 2$

حالت ① $\Delta < 0 \Rightarrow a^2 - 4a < 0 \rightarrow$ بازه: $(0, 4)$

حالت ② عامل پاشنه $\rightarrow$ ریشه $= 2 \rightarrow 4 - 2a + a = 0 \Rightarrow a = 4$

$\rightarrow [0, 4] \cup \{4\} = [0, 4]$

۵

$2x^2 - 12x - a = 0 \rightarrow \alpha + \beta = 6 \rightarrow \beta = 6 - \alpha$

$2\alpha^2 + \beta^2 - 6\alpha = 7 \rightarrow 2\alpha^2 + (6-\alpha)^2 - 6\alpha = 7 \rightarrow 3\alpha^2 - 18\alpha + 29 = 0 \xrightarrow{\div 3} \alpha^2 - 6\alpha + 3 = 0$

$\rightarrow (\alpha - 1)(\alpha - 3) = 0 \rightarrow \alpha = 1$ یا $\alpha = 3$

ریشه ها: ۱ و ۳ $\leftarrow$ $\alpha = 1$ یا $\beta = 3$ ، $\beta = 1$ ، $\alpha = 3$

$\alpha\beta = \frac{c}{a} = 3 \Rightarrow a = -9$

اندازه بزرگ $= \frac{-a}{3} = \frac{-9}{3} = -3$

۶

$y_A = y_B$ ← وسط محور تقارن ← محور تقارن $= x_S = b = \frac{(۲a+۳)+(۷-۲a)}{۲} = ۵$

رأس سهمی $= (۵, ۳)$ ، مختصات طبیعی $\Rightarrow \begin{cases} ۷-۲a>۰ \to a<۳,۵ \\ a-۲>۰ \to a>۲ \end{cases} \xrightarrow{\cap} a=۳ \begin{cases} A=(۹,۱) \\ B=(۱,۱) \end{cases}$

$A=(۹,۱) \to y = p(x-۵)^۲+۳ \to ۱ = p(۹-۵)^۲+۳ \to ۱۶p+۳=۱ \to p=\frac{-۱}{۸}$

برخورد با محور yها $\to x=۰ \to y_۰ = p(۰-۵)^۲+۳ = \frac{-۲۵}{۸}+\frac{۲۴}{۸} = -\frac{۱}{۸}$

فاصله از xها $\Rightarrow |y_۰| = |-\frac{۱}{۸}| = \boxed{\frac{۱}{۸}}$

۷

$ax^۲-ax-b=۰ \to \alpha+\beta=۱ \to \alpha=-\beta+۱ \to ۶۰\beta^۲+۶۰(۱-\beta)^۲-۷۰\beta=۱۷$

$\to ۶۰\beta^۲+۶۰\beta^۲-۶۰\beta-۷۰\beta+۶۰-۱۷=۰ \to ۱۲۰\beta^۲-۱۳۰\beta+۴۳=۰ \xrightarrow{\div ۳} ۴۰\beta^۲-۱۳۰\beta+۱=۰$

$\beta = \frac{۱۳ \pm ۲\sqrt{۱۳}}{۸۰} \Rightarrow \alpha = \frac{۱۳ \mp ۲\sqrt{۱۳}}{۸۰} \to \alpha\beta = \frac{(۱۳-۲\sqrt{۱۳})(۱۳+۲\sqrt{۱۳})}{۶۴۰۰} = \frac{۱}{۲۵}$

اختلاف ریشه‌ها $= (\alpha-\beta)^۲ = (\alpha+\beta)^۲-۴\alpha\beta = ۱-\frac{۴}{۲۵} = \frac{۲۱}{۲۵} \Rightarrow |\alpha-\beta| = \frac{۲}{۵}\sqrt{۲۱} = \boxed{\frac{۲\sqrt{۲۱}}{۵}}$

۸

محور تقارن yها برابر $= \frac{۱-۵}{۲} = -۲$

$y = a(x+۲)^۲ \xrightarrow{(۱,\frac{۳}{۲})} \frac{۳}{۲} = ۹a-\frac{۱}{۲} \to a=\frac{۱}{۲}$

$y = \frac{۱}{۲}(x+۲)^۲ \xrightarrow[\beta]{۱} \beta = \frac{۱}{۲}(۱+۲)^۲ = \frac{۱}{۲} \Rightarrow \beta = \frac{۹-۱}{۲} \Rightarrow \boxed{\beta=۴}$

۹

$S = \frac{-b}{a} \Rightarrow \alpha+\beta=-۴$ ، $d=\beta-\alpha \to ۲\beta = d-۴ \Rightarrow \beta = \frac{d-۴}{۲} \to ۲\alpha = -۴-d \Rightarrow \alpha = \frac{-۴-d}{۲}$

$۳\alpha^۲+۲\beta^۲ = ۳\frac{(d+۴)^۲}{۴}+۲\frac{(d-۴)^۲}{۴} = \frac{۵d^۲+۱۲d+۱۸۰}{۴} = \frac{۵}{۴}d^۲+۳d+۴۵ = ۸۵+۱۲\sqrt{۲}$

$\times ۴ \to ۵d^۲+۱۲d-(۱۴۰+۴۸\sqrt{۲})=۰ \to ۵(d+\frac{۶}{۵})^۲ = ۱۴۰ \to ۴۸\sqrt{۲}+\frac{۳۶}{۵} \Rightarrow (d+\frac{۶}{۵})^۲ = \frac{۱۸۳۶}{۲۵}+\frac{۴۸}{۵}\sqrt{۲}$

$d=۴\sqrt{۲} \Rightarrow \alpha = \frac{-۴-۴\sqrt{۲}}{۲} = -(۲+۲\sqrt{۲}) \to \beta = -۲+۲\sqrt{۲}$

$(\frac{۶}{۵}+۴\sqrt{۲})^۲$

$c = \alpha\beta = \frac{c}{۱} = (-۲-۲\sqrt{۲})(-۲+۲\sqrt{۲}) = ۹-۸ = \boxed{۱}$

۱۰

$\sqrt{\frac{۱}{x_۱}}+\sqrt{\frac{۱}{x_۲}} = a \xrightarrow{()^۲} \frac{۱}{x_۱}+\frac{۱}{x_۲}+۲\sqrt{\frac{۱}{x_۱x_۲}} = ۲a \to \frac{x_۱+x_۲}{x_۱x_۲}+۲\sqrt{\frac{۱}{x_۱x_۲}} = ۲a$

$\frac{S}{P}+۲\sqrt{\frac{۱}{P}} = ۲a = \frac{-(۴m+۱۶)}{۴۴}+۲\sqrt{\frac{۱}{\frac{۴۴}{۴}}} = ۲a \Rightarrow m+۱+۴+۱۲ = ۲a \to m=-۱$

$\frac{۴۴}{۲\sqrt{۴۴}} = ۱۱$

$\to -x^۲+۴x+۲=۰ \to$ حاصلضرب ریشه‌ها $= \frac{c}{a} = \frac{۲}{-۱} = \boxed{-۲}$