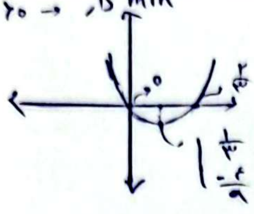
نام و نام خانوادگی .... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..۲.. کلاس ......پنجشنبه......

۱

الف) $y=3x^2-2x$ $a>0 \to$ min دارد



$\frac{-b}{2a}=\frac{-(-2)}{2\times 3}=\frac{1}{3}$

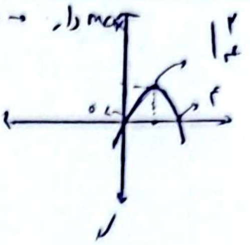
$c=0 \to$ از مبدأ گذر ✓

$\frac{-\Delta}{4a}=\frac{-b^2+4ac}{4a}=\frac{-4}{9}$

$3x^2-2x=0 \begin{cases} x=\frac{2}{3} \\ x=0 \end{cases}$

از ناحیه سوم نمی‌گذرد. ✓

ب) $y=-x^2+4x$ $a<0 \to$ max دارد



$\frac{-b}{2a}=\frac{-4}{-2}=2$

$c=0 \to$ از مبدأ گذر ✓

$\frac{-\Delta}{4a}=\frac{-b^2+4ac}{4a}=\frac{-16}{-4}=4$

$-x^2+4x=0 \begin{cases} x=0 \\ x=4 \end{cases}$

از ناحیه دوم نمی‌گذرد. ✓

۲

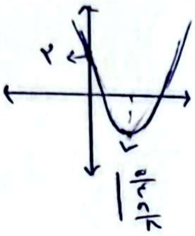
الف) $y=2x^2-5x+2$

عرض از مبدأ $=2$

$\frac{-\Delta}{4a}=\frac{-b^2+4ac}{8}=\frac{-25+6}{8}=\frac{9}{8}$

$\frac{-b}{2a}=\frac{5}{4}$

$a>0 \to$ max دارد



از نواحی ۱، ۲، ۴ می‌گذرد. ✓

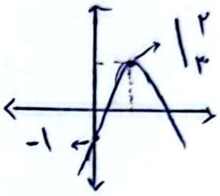
ب) $y=-x^2+4x-1$

عرض از مبدأ $=-1$

$\frac{-\Delta}{4a}=\frac{-b^2+4ac}{4a}=\frac{-16+4}{-4}=3$

$\frac{-b}{2a}=\frac{-4}{-2}=2$

$a<0 \to$ max دارد



از نواحی ۱، ۳، ۴ می‌گذرد ✓

۳

$\underset{a}{1}x^2 \underset{b}{-1}x \underset{c}{-3}=0 \longrightarrow S=\frac{-b}{a}=\frac{-(-1)}{1}=1$, $P=\frac{c}{a}=\frac{-3}{1}=-3$, $\Delta=b^2-4ac=1+12=13$

$D=\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}=\sqrt{13}$

الف) $\frac{\alpha+\beta}{\alpha-\beta}=\frac{S}{D}=\boxed{\frac{1}{\sqrt{13}}}$ یا $\boxed{\frac{\sqrt{13}}{13}}$

ب) $\alpha^2+\beta^2=S^2-2P=1+6=\boxed{7}$

ج) $\alpha^3+\beta^3=S^3-3SP=1+9=\boxed{10}$

د) $\alpha^3-\beta^3=(\alpha-\beta)(\alpha^2+\beta^2+\alpha\beta)=(\sqrt{13})(7+(-3))=\boxed{4\sqrt{13}}$

۴

$y=(x-2)(x^2-ax+a)$

$L, x=2$

حالت: ① $\Delta<0 \Rightarrow a^2-4a<0 \to \begin{array}{ccccc} & 0 & & 4 & \\ \hline + & | & - & | & + \end{array} \Rightarrow$ بازه: $(0,4)$

② عامل باشد → ریشه $=2 \to 4-2a+a=0 \Rightarrow a=4$

$\xrightarrow{\cup}$ $\boxed{\text{ج}: (0,4]}$

۵

$3x^2-12x-a=0 \longrightarrow \alpha+\beta=4 \to \beta=4-\alpha$

$2\alpha^2+\beta^2-4\alpha=7 \to 2\alpha^2+(4-\alpha)^2-4\alpha=7 \to 3\alpha^2-12\alpha+9=0 \xrightarrow{\div 3} \alpha^2-4\alpha+3=0$

$\to (\alpha-1)(\alpha-3)=0 \to \alpha=1 \quad \alpha=3$

$\alpha\beta=\frac{c}{a}=3 \Rightarrow a=-9$

ریشه‌ها: ۱، ۳ ← $\beta=1, \alpha=3$ یا $\beta=3, \alpha=1$

$\frac{a}{\text{ریشه بزرگ}}=\frac{-9}{3}=\boxed{-3}$

۶	$y_A = y_B \rightarrow$ پس محور تقارن وسط x های این دو است $\rightarrow$ محور تقارن $=$ x رأس $= b = \frac{(۲a+۳)+(۷-۲a)}{۲} = ۵$ رأس سهمی $= (۵ , ۳)$ ، از مختصات طبیعی $\left.\begin{matrix} ۷-۲a > ۰ \rightarrow a \leq ۳ \\ a-۲ > ۰ \rightarrow a \geq ۳ \end{matrix}\right\\} \xrightarrow{\cap} a = ۳ \begin{cases} A = (۹,۱) \\ B = (۱,۱) \end{cases}$ $A = (۹,۱) \rightarrow y = p(x-۵)^۲+۳ \rightarrow ۱ = p(۹-۵)^۲+۳ \rightarrow ۱۶p+۳ = ۱ \rightarrow p = \frac{-۱}{۸}$ برخورد با محور $\rightarrow x = ۰ \rightarrow y_۰ = p(۰-۵)^۲+۳ = \frac{-۲۵}{۸} + \frac{۲۴}{۸} = -\frac{۱}{۸}$ فاصله تا مبدأ $\Rightarrow \lvert y_۰ \rvert = \lvert -\frac{۱}{۸} \rvert = \boxed{\frac{۱}{۸}}$
۷	$ax^۲ - ax - b = ۰ \rightarrow \alpha + \beta = ۱ \rightarrow \alpha = -\beta + ۱ \rightarrow ۴۰\beta^۲ + ۲۰(۱-\beta)^۲ - ۲۰\beta = ۱۷$ $\rightarrow ۴۰\beta^۲ + ۲۰\beta^۲ - ۴۰\beta - ۲۰\beta + ۲۰ - ۱۷ = ۰ \rightarrow ۶۰\beta^۲ - ۶۰\beta + ۳ = ۰ \xrightarrow{\div ۳} ۲۰\beta^۲ - ۲۰\beta + ۱ = ۰$ $\hookrightarrow \beta = \frac{۵ \pm ۲\sqrt{۵}}{۱۰} \Rightarrow \alpha = \frac{۵ \mp ۲\sqrt{۵}}{۱۰} \rightarrow \alpha\beta = \frac{(۵-۲\sqrt{۵})(۵+۲\sqrt{۵})}{۱۰۰} = \frac{۱}{۲۰}$ اختلاف ریشه‌ها $= (\alpha-\beta)^۲ = (\alpha+\beta)^۲ - ۴\alpha\beta = ۱ - \frac{۴}{۲۰} = \frac{۴}{۵} \Rightarrow \lvert \alpha - \beta \rvert = \frac{۲}{\sqrt{۵}} = \boxed{\frac{۲\sqrt{۵}}{۵}}$
۸	y ها برابر $\rightarrow$ محور تقارن $= \frac{۱-۵}{۲} = -۲$ $y = a(x+۲)^۲ \xrightarrow{۱\ \frac{۳}{۲}} \frac{۳}{۲} = ۴a - \frac{۱}{۲} \rightarrow a = \frac{۱}{۲}$ $y = \frac{۱}{۲}(x+۲)^۲ \xrightarrow[۱ \mid \beta]{} \beta = \frac{۱}{۲}(۱+۲)^۲ - \frac{۱}{۲} \Rightarrow \beta = \frac{۹-۱}{۲} \Rightarrow \boxed{\beta = ۴}$
۹	$S = \frac{-b}{a} \Rightarrow \alpha + \beta = -۶ , d = \beta - \alpha \rightarrow ۲\beta = d - ۶ \Rightarrow \beta = \frac{d-۶}{۲} \rightarrow ۲\alpha = -۶-d \Rightarrow \alpha = \frac{-۶-d}{۲}$ $۳\alpha^۲ + ۲\beta^۲ = ۳\frac{(d+۶)^۲}{۴} + ۲\frac{(d-۶)^۲}{۴} = \frac{۵d^۲+۱۲d+۱۸۰}{۴} = \frac{۵}{۴}d^۲ + ۳d + ۴۵ = \underline{۸۵ + ۱۲\sqrt{۲}}$ $\xrightarrow{\times ۴} ۵d^۲ + ۱۲d - (۱۶۰ + ۴۸\sqrt{۲}) = ۰ \rightarrow ۵(d + \frac{۶}{۵})^۲ = ۱۶۰ \rightarrow ۴۸\sqrt{۲} + \frac{۳۶}{۵} \Rightarrow (d + \frac{۶}{۵})^۲ = \overset{(\sqrt{۴۵}+۴\sqrt{۲})^۲}{\underbrace{\frac{۸۳۶}{۲۵} + \frac{۴۸}{۵}\sqrt{۲}}_{(۴\sqrt{۲}+\frac{۶}{۵})^۲}}$ $d = ۴\sqrt{۲} \Rightarrow \alpha = \frac{-۶-۴\sqrt{۲}}{۲} = -(۳+۲\sqrt{۲}) \rightarrow \beta = -۳ + ۲\sqrt{۲}$ $\hookrightarrow a = \alpha\beta = \frac{c}{۱} = (-۳-۲\sqrt{۲})(-۳+۲\sqrt{۲}) = ۹ - ۸ = \boxed{۱}$
۱۰	$\sqrt{\frac{۱}{x_۱}} + \sqrt{\frac{۱}{x_۲}} = ۵ \xrightarrow{(\ )^۲} \frac{۱}{x_۱} + \frac{۱}{x_۲} + ۲\sqrt{\frac{۱}{x_۱x_۲}} = ۲۵ \rightarrow \frac{x_۱+x_۲}{x_۱x_۲} + ۲\sqrt{\frac{۱}{x_۱x_۲}} = ۲۵$ $\hookrightarrow \frac{S}{P} + ۲\sqrt{\frac{۱}{P}} = ۲۵ = \frac{\frac{-(m+۱۴)}{۳۶}}{\frac{۱}{۳۶}} + ۲\sqrt{\underbrace{\frac{۱}{\frac{۱}{۳۶}}}_{\substack{۳۶ \\ ۲\sqrt{۳۶} = ۱۲}}} = ۲۵ \Rightarrow m + ۱۴ + ۱۲ = ۲۵ \rightarrow m = -۱$ $\longrightarrow -x^۲ + ۳x + ۲ = ۰ \rightarrow$ حاصلضرب ریشه‌ها $= \frac{c}{a} = \frac{۲}{-۱} = \boxed{-۲}$