سوال باوری / دهم دختر ۶ / تکلیف شماره ۲۵

۲۰

① الف) $\left| \begin{matrix} \frac{1}{3} \\ \frac{-1}{3} \end{matrix} \right.$

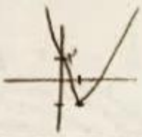
ناحیه ۳

ب) $\left| \begin{matrix} \frac{3}{4} \end{matrix} \right.$

ناحیه ۲

---

② الف) $\left| \begin{matrix} \frac{5}{4} \\ -\frac{9}{8} \end{matrix} \right.$



ناحیه ۱ و ۲ و ۴

ب) $\left| \begin{matrix} 2 \\ 3 \end{matrix} \right.$

ناحیه ۱ و ۳ و ۴

---

③ $x^2 - x - 3 = 0 \Rightarrow S = 1 \quad P = -3 \qquad \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{\sqrt{1+12}}{1} = \sqrt{13}$

الف) $\frac{1}{\sqrt{13}} = \frac{\sqrt{13}}{13}$

ب) $S^2 - 2P = (1)^2 - 2(-3) = 1 + 6 = 7$

ج) $S^3 - 3SP = 1 - 3(1)(-3) = 1 + 9 = 10$

د) $\alpha^3 - \beta^3 = (\alpha - \beta)(\alpha^2 + \beta^2 + \alpha\beta) = 4\sqrt{13}$

$(\sqrt{13}) \quad (7 - 3)$

---

④ $x^2 - ax + a$ ۲ = ریشه

بی‌جواب $\Leftarrow \Delta < 0$

$\Delta < 0 \Rightarrow a^2 - 4a < 0$

$a(a - 4) < 0$

	0		4	
+		−		+

$(0, 4)$ *

$x^2 - ax + a = (x-2)^2 = x^2 - 4x + 4$

$\Rightarrow a = 4$ *

$** \Longrightarrow (0, 4]$

---

⑤ $3x^2 - 12x - a = 0$

$3(\alpha^2 - 4\alpha) = a$

$\alpha^2 - 4\alpha = \frac{a}{3}$

$\alpha^2 + \beta^2 = S^2 - 2P = 16 + \frac{2}{3}a$

$\frac{-9}{3} = -3$

$2\alpha^2 + \beta^2 - 4\alpha = 7$

$\alpha^2 + \beta^2 + \alpha^2 - 4\alpha = 7$

$16 + \frac{2}{3}a + \frac{a}{3} = 16 + a = 7 \Big\} \; a = -9$

$3x^2 - 12x + 9 = 0 \qquad x^2 - 4x + 3 = 0$

$\Rightarrow (x-3)(x-1) = 0$

③ ریشه بزرگتر ①

---

⑥ $x_{\text{راس}} = \frac{7 - 2a + 2a + 3}{2} = 5$ $\left| \begin{matrix} 5 \\ 3 \end{matrix} \right.$

$7 - 2a > 0 \rightarrow 3.5 > a$

$a - 2 > 0 \rightarrow a > 2$

$2a + 3 > 0 \rightarrow a > \frac{-3}{2} = -1.5$

$a = 3$ طول‌ها طبیعی

$y = z(x-h)^2 + k \Rightarrow a - 2 = z(7 - 2a - 5)^2 + 3$

$z(x-5)^2 + 3$

$\Rightarrow a - 2 = 4z(1-a)^2 + 3 \Rightarrow$

$a - 5 = 4z(1-a)^2 \xRightarrow{a=3} -2 = 16z \Rightarrow z = -\frac{1}{8} \Rightarrow y = \frac{-1}{8}(x-5)^2 + 3$

$\xrightarrow{x=0} y = \frac{-1}{8}$

فاصله $\longrightarrow \frac{1}{8}$

(۷) $ax^2 - ax - b = 0$

$\alpha + \beta = \frac{a}{a} = 1 \Rightarrow \beta = 1 - \alpha$

$۴۰\beta^2 + ۲۰\alpha^2 - ۲۰\beta = ۱۷ \Rightarrow ۲\beta^2 + \alpha^2 - \beta = \frac{۱۷}{۲۰}$

$\Rightarrow ۲(1-\alpha)^2 + \alpha^2 - (1-\alpha) = \frac{۱۷}{۲۰} \Rightarrow ۳\alpha^2 - ۳\alpha + 1 = \frac{۱۷}{۲۰}$

$\Rightarrow ۶۰\alpha^2 - ۶۰\alpha + ۲۰ = ۱۷ \Rightarrow ۶۰\alpha^2 - ۶۰\alpha + ۳ = 0$

$\Rightarrow ۲۰\alpha^2 - ۲۰\alpha + 1 = 0 \Rightarrow \alpha = \frac{۲۰ \pm \sqrt{۳۲۰}}{۴۰} = \frac{۲۰ \pm ۸\sqrt{۵}}{۴۰} = \frac{۵ \pm ۲\sqrt{۵}}{۱۰}$

$|\alpha - \beta| = |\alpha - 1 + \alpha| = |۲\alpha - 1| = \left|۲\left(\frac{۵ \pm ۲\sqrt{۵}}{۱۰}\right) - 1\right| = \left|1 \pm \frac{۲\sqrt{۵}}{۵} - 1\right| =$

$\left|\pm \frac{۲\sqrt{۵}}{۵}\right| = \frac{۲\sqrt{۵}}{۵}$ ✓ ۳

---

(۸) $\frac{1 + (-۵)}{۲} = -۲ \Rightarrow$ طول راس سهمی

چون عرض ها مساوی است ۲

$y = a(x-h)^2 + k \Rightarrow y = a(x+۲)^2 - \frac{1}{۲}$

$\xrightarrow{(۱, \frac{۳}{۲})} \frac{۳}{۲} = ۹a - \frac{1}{۲} \Rightarrow \frac{۴}{۲} = ۹a \Rightarrow a = \frac{1}{۲} \Rightarrow y = \frac{1}{۲}(x+۲)^2 - \frac{1}{۲}$

$y = \frac{1}{۲}(x^2 + ۴ + ۴x) - \frac{1}{۲} = \frac{1}{۲}x^2 + ۲ + ۲x - \frac{1}{۲} = \frac{1}{۲}x^2 + ۲x + \frac{۳}{۲} \Rightarrow$

$(1, \beta) \Rightarrow y = \frac{1}{۲}(1)^2 + ۲(1) + \frac{۳}{۲} = \frac{1}{۲} + ۲ + \frac{۳}{۲} = ۴$

$(-۵, \beta) \Rightarrow y = \frac{1}{۲}(-۵)^2 + ۲(-۵) + \frac{۳}{۲} = \frac{۲۵}{۲} - ۱۰ + \frac{۳}{۲} = \frac{۲۸}{۲} - ۱۰ = ۴$ ✓ $\beta = ۴$

---

(۹) $۳\alpha^2 + ۲\beta^2 = \frac{۵}{۲}(\alpha^2 + \beta^2) + \frac{1}{۲}(\alpha^2 - \beta^2) = ۱۲\sqrt{۲} + ۸۵$

$\frac{۵}{۲}(۵^2 - ۲p) + \frac{1}{۲}(۵)\left(\frac{\sqrt{۵}}{|a|}\right) = ۱۲\sqrt{۲} + ۸۵$

$\frac{۵}{۲}(۳۶ - ۲a) + \frac{1}{۲}(-۶)\left(-\sqrt{۳۶ - ۴a}\right) =$

$۱۲\sqrt{۲} + ۸۵$

$۹۰ - ۵a + ۳\sqrt{۳۶ - ۴a} = ۱۲\sqrt{۲} + ۸۵$

$۹۰ - ۵a = ۸۵$

$۹۰ - ۸۵ = ۵a$

$\Rightarrow a = ۱$ ✓

---

(۱۰) $\sqrt{\frac{1}{\alpha}} + \sqrt{\frac{1}{\beta}} = ۵$ ۲

$\xrightarrow{\text{توان ۲}} \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} + ۲\sqrt{\frac{1}{\alpha\beta}} = ۲۵$

$\frac{\beta + \alpha}{\alpha\beta} + ۲\sqrt{\frac{1}{\alpha\beta}} = ۲۵$

$\alpha\beta = \frac{1}{۳۶} \quad / \quad \alpha + \beta = \frac{m + ۱۶}{۳۶}$

$\frac{\frac{m+۱۶}{۳۶}}{\frac{1}{۳۶}} + ۲\sqrt{\frac{1}{\frac{1}{۳۶}}} = ۲۵ \Rightarrow m = -۱$

$-x^2 + ۳۶x + ۲ = 0$

$\hookrightarrow \frac{c}{a} = \frac{۲}{-1} = -۲$ ✓