۲۰

نام و نام خانوادگی .نرگس اسلامی‌مهرآراد............ پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۲۵...... کلاس ..دهم پنجشنبه......

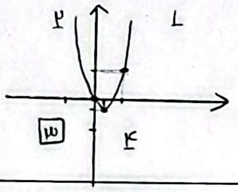
**۱**

الف) $۳x^۲-۲x$

$x$ راس $= \frac{-b}{۲a} = \frac{۲}{۶} = \frac{۱}{۳}$

$y$ راس $= ۳ × \frac{۱}{۹} - ۲ × \frac{۱}{۳} = \frac{۳}{۹} - \frac{۲}{۳} = \frac{۳-۶}{۹} = -\frac{۳}{۹} = -\frac{۱}{۳}$

| $x$ | ۰ | $\frac{۱}{۳}$ | ۱ |
|---|---|---|---|
| $y$ | ۰ | $-\frac{۱}{۳}$ | ۱ |



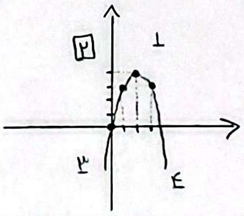
ناحیه ۳

ب) $y = -x^۲ + ۴x$

$x$ راس $= \frac{-b}{۲a} = \frac{-۴}{-۲} = ۲$

$y$ راس $= -۴ + ۸ = ۴$

| $x$ | ۱ | ۲ | ۳ | ۰ |
|---|---|---|---|---|
| $y$ | ۳ | ۴ | ۳ | ۰ |



ناحیه ۲

۲

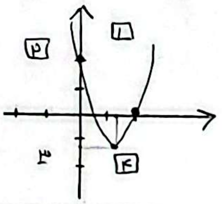
**۲**

الف) $y = ۲x^۲ - ۵x + ۲$

$x$ راس $= \frac{-b}{۲a} = \frac{۵}{۴} = \frac{۱۰}{۸}$

$y$ راس $= ۲ × \frac{۲۵}{۶۴} - \frac{۲۵}{۴} + ۲ = \frac{۲۵}{۸} - \frac{۲۵}{۴} + ۲ = \frac{۲۵-۵۰+۱۶}{۸} = -\frac{۹}{۸}$

| $x$ | ۰ | $\frac{۱۰}{۸}$ | ۲ |
|---|---|---|---|
| $y$ | ۲ | $\frac{-۹}{۸}$ | ۰ |



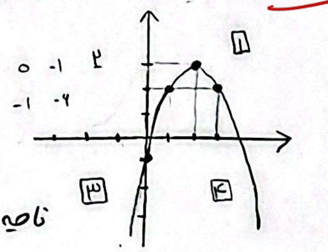
ناحیه ۱ و ۲ و ۴

ب) $y = -x^۲ + ۴x - ۱$

$x$ راس $= \frac{-b}{۲a} = \frac{-۴}{-۲} = ۲$

$y$ راس $= ۳$

| $x$ | ۱ | ۲ | ۳ | ۰ | -۱ | ۴ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | ۲ | ۳ | ۲ | -۱ | -۶ | |



ناحیه ۱ ,۳ ,۴

۲

**۳**

$x^۲ - x - ۳ = ۰$

الف) $\frac{\alpha+\beta}{\alpha-\beta} = \frac{\frac{-b}{a}}{\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}} = \frac{\frac{۱}{۱}}{\frac{\sqrt{۱-۴ac}}{۱}} = \frac{\frac{۱}{۱}}{\frac{\sqrt{۱۳}}{۱}} = \boxed{\frac{۱}{\sqrt{۱۳}}}$

ب) $\alpha^۲ + \beta^۲ = S^۲ - ۲P$

$S =$ جمع $= \frac{-b}{a} = \frac{۱}{۱} = ۱$

$P =$ ضرب $= \frac{c}{a} = \frac{-۳}{۱} = -۳$

$\Big\} \to \boxed{۱ + ۶ = ۷}$

ج) $\alpha^۳ + \beta^۳ = S^۳ - ۳PS \to ۱ \cancel{-\frac{۳×}{۹} - ۳×۱} = \boxed{۱۰}$

د) $\alpha^۳ - \beta^۳ = (\alpha - \beta)(\alpha^۲ + \alpha\beta + \beta^۲)$

$\alpha - \beta = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{\sqrt{۱+۱۲}}{۱} = \sqrt{۱۳}$

$\alpha^۲ + \beta^۲ = ۷$

$\alpha\beta = -۳$

$\Big\} \to \sqrt{۱۳}\,(\overset{۴}{\cancel{۷-۳}}) = \boxed{۴\sqrt{۱۳}}$

۲

**۴**

$y = (\overset{x=۲}{x-۲})(x^۲ - ax + a)$

فقط در یک نقطه

$\downarrow$

$\Delta < ۰$ یا $x = ۲$

$(x-۲)^۲ = x^۲ + ۴ - ۴x \to x^۲ - ۴x + ۴ \to \boxed{a = ۴}$

$b^۲ - ۴ac = a^۲ - ۴a < ۰$

$a(a-۴) < ۰$ ، ۰ ، ۴

| | ۰ | | ۴ | |
|---|---|---|---|---|
| + | ۰ | − | ۰ | + |

$\Big\} \Rightarrow (۰, ۴]$

۲

**۵**

$۳x^۲ - ۱۲x - a = ۰$

جمع $= \frac{-b}{a} = \frac{۱۲}{۳} = ۴ \to \alpha + \beta = ۴ \to \beta = ۴ - \alpha$

ضرب $= \frac{c}{a} = \frac{-a}{۳}$

$۲\alpha^۲ + \beta^۲ - ۴a = ۷ \to ۲\alpha^۲ + \underbrace{(۴-\alpha)^۲}_{۱۶+\alpha^۲-۸\alpha} - ۴a = ۷ \to ۳\alpha^۲ - ۱۲\alpha + ۹ = ۰ \xrightarrow{÷۳} \alpha^۲ - ۴\alpha + ۳ = ۰$

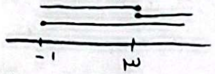
$(\alpha-۳)(\alpha-۱) = ۰$ ، ۳ ، ۱

$\alpha = ۳ \to \beta = ۱ \to a = -۹$

$\alpha = ۱ \to \beta = ۳ \to a = -۹$

$\Big\} \to \frac{a}{\text{ریشه بزرگتر}} = -\frac{۹}{۳} = -۳$

۲

| | |
|---|---|
| ۶ | طبیعی $\geq ۱$<br>$۲a + ۳ \geq ۱ \to ۲a \geq -۲ \to a \geq -۱$<br>$۷ - ۲a \geq ۱ \to ۶ \geq ۲a \to ۳ \geq a$<br>$a - ۲ \geq ۱ \to a \geq +۳$<br> $\} \Rightarrow a = ۳$<br>$A = (۹,۱)$<br>$B = (۱,۱)$<br>رأس $= (۵,۳)$<br>$x_{رأس} = \frac{x_A + x_B}{۲} = \frac{۹+۱}{۲} = ۵ = b \to y_S = b - ۲ = ۵ - ۲ = ۳$<br>$۱ = ۸۱a + ۹b + c$<br>$۱ = a + b + c \to c = ۱ - a - b$<br>$۳ = ۲۵a + ۵b + c$<br>$۱ = ۸۱a + ۹b + ۱ - a - b$<br>$۳ = ۲۵a + ۵b + ۱ - a - b$<br>$\times -۲ (۳ = ۲۴a + ۴b + ۱)$<br>$۱ = ۸۰a + ۸b + ۱$<br>$-۶ = -۴۸a - ۸b - ۲$<br>$-۵ = ۳۲a - ۱ \to ۳۲a = -۴ \to a = \frac{-۴}{۳۲} = -\frac{۱}{۸}, b = \frac{۱۰}{۸}$<br>ی $\boxed{a = -\frac{۱}{۸}} \to$ فاصله تا (۰،۰) $\to \boxed{\frac{۱}{۸}}$<br>② |
| ۷ | $ax^2 - ax - b = ۰$<br>جمع $= \alpha + \beta = \frac{a}{a} = ۱$<br>$\beta = ۱ - \alpha$<br>$۴۰\beta^2 + ۲۰\alpha^2 - ۲۰\beta = ۱۷$<br>$۴۰(۱ - \alpha)^2 + ۲۰(\alpha^2) - ۲۰(۱ - \alpha) = ۱۷$<br>$۴۰(۱ - ۲\alpha + \alpha^2) + ۲۰\alpha^2 - ۲۰ + ۲۰\alpha = ۱۷$<br>$۴۰ - ۸۰\alpha + ۴۰\alpha^2 + ۲۰\alpha^2 - ۲۰ + ۲۰\alpha = ۱۷$<br>$۶۰\alpha^2 - ۶۰\alpha + ۲۰ = ۱۷ \to ۶۰\alpha^2 - ۶۰\alpha + ۳ = ۰$<br>$۶۰\alpha^2 - ۶۰\alpha + ۳ \xrightarrow{\div ۳} ۲۰\alpha^2 - ۲۰\alpha + ۱ = ۰ \to \alpha = \frac{۲۰ \pm \sqrt{(۲۰)^2 - ۴\times۲۰\times۱}}{۲\times۲۰} = \frac{۲۰ \pm \overset{۸\sqrt{۵}}{\cancel{\sqrt{۳۲۰}}}}{۴۰} \Rightarrow \alpha = \frac{۵ \pm ۲\sqrt{۵}}{۱۰}$<br>$\alpha = \frac{۵ + ۲\sqrt{۵}}{۱۰} \to \beta = ۱ - \alpha \to ۱ - \frac{۵ + ۲\sqrt{۵}}{۱۰} = \frac{۵ - ۲\sqrt{۵}}{۱۰}$<br>$\alpha = \frac{۵ - ۲\sqrt{۵}}{۱۰} \to \beta = ۱ - \alpha \to ۱ - \frac{۵ - ۲\sqrt{۵}}{۱۰} = \frac{۵ + ۲\sqrt{۵}}{۱۰}$<br>$\lvert\alpha - \beta\rvert = \frac{۵ + ۲\sqrt{۵}}{۱۰} - \frac{۵ - ۲\sqrt{۵}}{۱۰} = \frac{۴\sqrt{۵}}{۱۰} = \boxed{\frac{۲\sqrt{۵}}{۵}}$<br>② |
| ۸ | $y = ax^2 + bx + \cancel{c}\,\frac{۳}{۲}$<br>$\beta = ۲۵a - ۵b + \frac{۳}{۲}$<br>$\beta = a + b + \frac{۳}{۲}$ $\} \to ۲۵a - ۵b + \cancel{\frac{۳}{۲}} = a + b + \cancel{\frac{۳}{۲}}$<br>$۲۴a = ۶b \xrightarrow{\div ۶} ۴a = b$<br>$y = ax^2 + ۴ax + \frac{۳}{۲}$<br>$+\frac{\Delta}{۴a} = +\frac{۱}{۲} \to \frac{b^2 - \overset{۲}{\cancel{۴}}a\overset{\frac{۳}{۲}}{c}}{۴a} = \frac{۱}{۲} \to \frac{۱۶a^2 - ۶a}{۴a} = \frac{۱}{۲}$<br>$۱\,\cancel{۲}(۱۶a^2 - ۶a) = \overset{۲}{\cancel{۴}}a$<br>$۱۶a^2 - ۶a = ۲a \to ۱۶a^2 - ۸a = ۰$<br>$۸a(۲a - ۱) = ۰ \to a = ۰$ ✗, $\boxed{a = \frac{۱}{۲}}$ ✓ $\to \boxed{\beta = ۲} \to \frac{۱}{۲} + \frac{۳}{۲} + \overset{\beta =}{۲} = \boxed{۴}$<br>② |
| ۹ | $x^2 + ۶x + a = ۰$<br>جمع $\to \alpha + \beta = -۶$<br>$\alpha\beta = a$<br>وقتی می‌خواهیم $-۶ = \alpha + \beta$ باشد ← یعنی باید $\sqrt{۲}$ها هم بره و آنوره ← توانا ببین باید با کدام مزدوج برسیم<br>$\alpha = -۳ - d\sqrt{۲}$<br>$\beta = -۳ + d\sqrt{۲}$<br>$\hookrightarrow \alpha + \beta = -۶$<br>$۳\alpha^2 + ۲\beta^2 = ۱۲\sqrt{۲} + ۸۵$<br>$۳(-۳ - d\sqrt{۲})^2 + ۲(-۳ + d\sqrt{۲})^2$<br>$۳(۹ + ۲d^2 - ۶d\sqrt{۲}) + ۲(۹ - ۶d\sqrt{۲} + ۲d^2) \Rightarrow ۲۷ + ۱۸d\sqrt{۲} + ۶d^2 + ۱۸ - ۱۲d\sqrt{۲} + ۴d^2 = ۱۲\sqrt{۲} + ۸۵$<br>$۱۰d^2 + ۴۵ + ۶d\sqrt{۲} = ۱۲\sqrt{۲} + ۸۵$<br>$۶d\sqrt{۲} = ۱۲ \to \boxed{d = ۲} \xrightarrow[بررسی]{} ۴۰ + ۴۵ + ۱۲\sqrt{۲} = ۱۲\sqrt{۲} + ۸۵$ ✓ پس حرفم درسته<br>$\to \alpha = -۳ - ۲\sqrt{۲},\ \beta = -۳ + ۲\sqrt{۲} \} \to \alpha\beta = a$<br>$+۹ - ۸ = \boxed{۱}$<br>④ |
| ۱۰ | $\sqrt{\frac{۱}{\alpha}} + \sqrt{\frac{۱}{\beta}} = \frac{۱}{\sqrt{\alpha}} + \frac{۱}{\sqrt{\beta}} = \frac{\sqrt{\alpha}}{\alpha} + \frac{\sqrt{\beta}}{\beta} = \frac{\sqrt{\alpha}\beta + \sqrt{\beta}\alpha}{\alpha\beta} = \frac{۵}{۱}$<br>$\frac{۱}{\sqrt{a}} \times \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{a}}{a}$<br>$\frac{۱}{\sqrt{\beta}} \times \frac{\sqrt{\beta}}{\sqrt{\beta}} = \frac{\sqrt{\beta}}{\beta}$<br>$(\beta\sqrt{\alpha} + \alpha\sqrt{\beta} = ۵\alpha\beta)^2$<br>$\underbrace{\alpha\beta^2 + \beta\alpha^2} + ۲\alpha\beta\sqrt{\alpha\beta} = ۲۵\alpha^2\beta^2$<br>$\alpha\beta(\beta + \alpha) + ۲\alpha\beta\sqrt{\alpha\beta} = ۲۵(\alpha\beta)^2$<br>$۳۶x^2 - (m + ۱۴)x + ۱ = ۰$<br>ضرب $= \frac{c}{a} = \frac{۱}{۳۶}$<br>جمع $= \frac{-b}{a} = \frac{m + ۱۴}{۳۶}$<br>$\frac{۱}{۳۶} \times (\frac{m + ۱۴}{۳۶}) + ۲ \times \frac{۱}{۳۶} \times \overset{\frac{۱}{۶}}{\cancel{\sqrt{\frac{۱}{۳۶}}}} = ۲۵ \times (\frac{۱}{۳۶})^2$<br>$\frac{m + ۱۴}{۳۶\times۳۶} + \frac{۲\times۶}{۳۶\times\underset{\times۶}{۶}} = \frac{۲۵}{۳۶\times۳۶} \to \frac{m + ۱۴ + ۱۲}{۳۶\times۳۶} = \frac{۲۵}{۳۶\times۳۶} \to m + ۲۶ = ۲۵$<br>$\boxed{m = -۱}$<br>$mx^2 + ۳x + ۲ = ۰$<br>$\xrightarrow{m = -۱} -x^2 + ۳x + ۲ = ۰$<br>حاصلضرب $= \frac{c}{a} = \frac{۲}{-۱} = \boxed{-۲}$<br>③ |