نام و نام خانوادگی .نرگس اسلامی‌مراد...........   پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۲۵...... کلاس ..دهم پنجشنبه.......

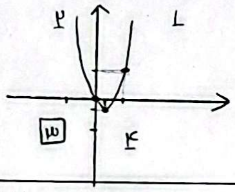
۱

الف) $۳x^۲ - ۲x$

$x_{\text{راس}} = \frac{-b}{۲a} = \frac{۲}{۶} = \frac{۱}{۳}$

$y_{\text{راس}} = ۳ \times \frac{۱}{۹} - ۲ \times \frac{۱}{۳} = \frac{۳}{۹} - \frac{۲}{۳} = \frac{۳-۶}{۹} = \frac{-۳}{۹} = -\frac{۱}{۳}$

x	۰	$\frac{۱}{۳}$	۱
y	۰	$-\frac{۱}{۳}$	۱



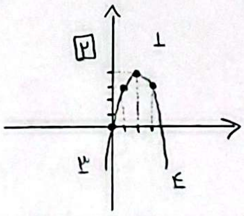
ناحیه ۳

ب) $y = -x^۲ + ۴x$

$x_{\text{راس}} = \frac{-b}{۲a} = \frac{-۴}{-۲} = ۲$

$y_{\text{راس}} = -۴ + ۸ = ۴$

x	۱	۲	۳	۰
y	۳	۴	۳	۰



ناحیه ۲

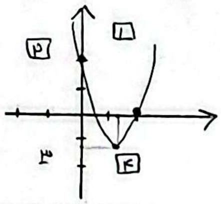
۲

الف) $y = ۲x^۲ - ۵x + ۲$

$x_{\text{راس}} = \frac{-b}{۲a} = \frac{۵}{۴} = \frac{۱۰}{۸}$

$y_{\text{راس}} = ۲ \times \frac{۲۵}{۱۶} - \frac{۲۵}{۴} + ۲ = \frac{۲۵}{۸} - \frac{۲۵}{۴} + ۲ = \frac{۲۵ - ۵۰ + ۱۶}{۸} = -\frac{۹}{۸}$

x	۰	$\frac{۱۰}{۸}$	۲
y	۲	$\frac{-۹}{۸}$	۰



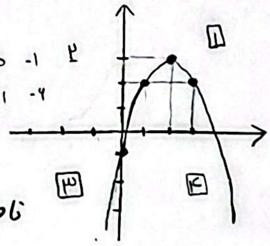
ناحیه ۱ و ۲ و ۴

ب) $y = -x^۲ + ۴x - ۱$

$x_{\text{راس}} = \frac{-b}{۲a} = \frac{-۴}{-۲} = ۲$

$y_{\text{راس}} = ۳$

x	۱	۲	۳	۰	-۱
y	۲	۳	۲	-۱	-۶



ناحیه ۱ و ۳ و ۴

۳

$x^۲ - x - ۳ = ۰$

الف) $\frac{\alpha+\beta}{\alpha-\beta} = \frac{\frac{-b}{a}}{\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}} = \frac{\frac{۱}{۱}}{\frac{\sqrt{۱-۴ac}}{۱}} = \frac{\frac{۱}{۱}}{\frac{\sqrt{۱۳}}{۱}} = \boxed{\frac{۱}{\sqrt{۱۳}}}$

ب) $\alpha^۲ + \beta^۲ = S^۲ - ۲P$

$S = \text{جمع} = \frac{-b}{a} = \frac{۱}{۱} = ۱$

$P = \text{ضرب} = \frac{c}{a} = \frac{-۳}{۱} = -۳$

$\rightarrow \boxed{۱ + ۶ = ۷}$

ج) $\alpha^۳ + \beta^۳ = S^۳ - ۳PS \rightarrow ۱ - ۳ \times -۳ \times ۱ = \boxed{۱۰}$

د) $\alpha^۳ - \beta^۳ = (\alpha - \beta)(\alpha^۲ + \alpha\beta + \beta^۲)$

$\alpha - \beta = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{\sqrt{۱+۱۲}}{۱} = \sqrt{۱۳}$

$\alpha^۲ + \beta^۲ = ۷$

$\alpha\beta = -۳$

$\rightarrow \sqrt{۱۳}(۷ - ۳) = \boxed{۴\sqrt{۱۳}}$

۴

$y = (x - ۲)(x^۲ - ax + a)$ ، $x = ۲$

فقط دو نقطه

$\Delta < ۰$ یا $x = ۲$

$(x-۲)^۲ = x^۲ + ۴ - ۴x \rightarrow x^۲ - ۴x + ۴ \rightarrow \boxed{a = ۴}$

$b^۲ - ۴ac = a^۲ - ۴a < ۰$

$a(a - ۴) < ۰$

	۰		۴	
+	۰	−	۰	+

$\Rightarrow (۰, ۴]$

۵

$۳x^۲ - ۱۲x - a = ۰$

$\text{جمع} = \frac{-b}{a} = \frac{۱۲}{۳} = ۴ \rightarrow \alpha + \beta = ۴ \rightarrow \beta = ۴ - \alpha$

$\text{ضرب} = \frac{c}{a} = \frac{-a}{۳}$

$۲\alpha^۲ + \beta^۲ - ۴a = ۷ \rightarrow ۲\alpha^۲ + (۴ - \alpha)^۲ - ۴a = ۷ \rightarrow ۳\alpha^۲ - ۱۲\alpha + ۹ = ۰ \xrightarrow{\div ۳} \alpha^۲ - ۴\alpha + ۳ = ۰$

$(۴-\alpha)^۲ = ۱۶ + \alpha^۲ - ۸\alpha$

$(\alpha - ۳)(\alpha - ۱) = ۰ \rightarrow ۳ , ۱$

$\alpha = ۳ \rightarrow \beta = ۱ \rightarrow a = -۹$

$\alpha = ۱ \rightarrow \beta = ۳ \rightarrow a = -۹$

$\rightarrow \frac{a}{\text{ریشه بزرگتر}} = -\frac{۹}{۳} = -۳$

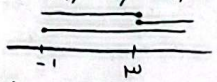
۶

طبق فرض $x \geq 1$

$2a+2 \geq 1 \rightarrow 2a \geq -1 \rightarrow a \geq -1$

$7-2a \geq 1 \rightarrow 6 \geq 2a \rightarrow 3 \geq a$

$a-2 \geq 1 \rightarrow a \geq 3$



$\Rightarrow a = 3$

$A = (9,1)$

$B = (1,1)$

$M_{AB} = \left(\frac{x_A+x_B}{2}, \frac{y_A+y_B}{2}\right) = \left(\frac{9+1}{2}, 1\right) = (5,1)$

$1 = 18a+9b+c$

$1 = a+b+c \rightarrow c = 1-a-b$

$3 < 25a+5b+c$

$1 = 18a+9b+1-a-b$

$3 < 25a+5b+1-a-b$

$1 < 24a+4b+1$

$1 = 10a+8b+1$

$-4 = -24a-16b-2$

$-5 = 3^3 2a-1 \rightarrow 32a = -4 \rightarrow a = \frac{-4}{32} = \frac{-1}{8}$ / $b = \frac{10}{8}$

$c = \frac{-1}{8} \rightarrow$ قابل قبول $\rightarrow \boxed{\frac{1}{8}}$

$y_S = b-2 = 8-2 = 3$

۷

$ax^2 - ax - b = 0$

مجموع $= \alpha+\beta = \frac{a}{a} = 1$

$\beta = 1-\alpha$

$10\beta^2 + 10\alpha^2 - 10\beta = 17$

$10(1-\alpha)^2 + 10(\alpha^2) - 10(1-\alpha) = 17$

$10(1-2\alpha+\alpha^2) + 10\alpha^2 - 10 + 10\alpha = 17$

$10 - 20\alpha + 10\alpha^2 + 10\alpha^2 - 10 + 10\alpha = 17$

$20\alpha^2 - 10\alpha + 3 = 17 \rightarrow 20\alpha^2 - 10\alpha + 3 = 0$

$20\alpha^2 - 10\alpha + 3 \xrightarrow{\div 2} 10\alpha^2 - 5\alpha + 1 = 0 \rightarrow \alpha = \frac{5 \pm \sqrt{(-5)^2 - 4\times 10\times 1}}{2\times 10} = \frac{5 \pm \sqrt{15}}{20}$

$a = \frac{5+\sqrt{15}}{10} \rightarrow \beta = 1-\alpha \rightarrow 1 - \frac{5+\sqrt{15}}{10} = \frac{5-\sqrt{15}}{10}$

$a = \frac{5-\sqrt{15}}{10} \rightarrow \beta = 1-\alpha \rightarrow 1 - \frac{5-\sqrt{15}}{10} = \frac{5+\sqrt{15}}{10}$

$|\alpha-\beta| = \frac{5+\sqrt{15}}{10} - \frac{5-\sqrt{15}}{10} = \frac{2\sqrt{15}}{10} = \boxed{\frac{\sqrt{15}}{5}}$

۸

$y = ax^2+bx+\frac{3}{2}$

$\beta = 25a-5b+\frac{3}{2}$

$\beta = a+b+\frac{3}{2}$

$\rightarrow 25a-5b+\frac{3}{2} = a+b+\frac{3}{2}$

$24a = 6b$

$4a = b$

$y = ax^2 + 4ax + \frac{3}{2}$

$+\frac{5}{4a} = +\frac{1}{2} \rightarrow \frac{b^2-4a\times\frac{3}{2}}{4a} = \frac{1}{2} \rightarrow \frac{16a^2-6a}{4a} = \frac{1}{2}$

$\times 4a(16a^2-6a) = 2a$

$16a^2-6a = 2a \rightarrow 16a^2-8a = 0$

$8a(2a-1) = 0 \xrightarrow{a\neq 0} \boxed{a = \frac{1}{2}} \checkmark \rightarrow \beta = 2 \rightarrow \frac{1}{2}+\frac{3}{2}+2 = \boxed{4}$

$\beta =$

۹

$x^2+4x+a = 0$

مجموع $\rightarrow \alpha+\beta = -4$

$\alpha\beta = a$

وقتی حواصلضرب $\alpha+\beta = -2$ باشد $\rightarrow$ یعنی باید $\sqrt{2}a$ باشد حاصل جمع برابر -2 شود $\rightarrow$ یعنی باید a برابر $-\sqrt{2}$ شود تا با $\sqrt{2}$ ساده شود

$a = -2-d\sqrt{2}$

$\beta = -2+d\sqrt{2}$

$\rightarrow \alpha+\beta = -4$

$\alpha^2+2\beta^2 = 12\sqrt{2}+a$

$(-2-d\sqrt{2})^2 + 2(-2+d\sqrt{2})^2 = 12\sqrt{2}+a$

$4+4d\sqrt{2}+2d^2+2(4-4d\sqrt{2}+2d^2) = 12\sqrt{2}+a$

$4+4d\sqrt{2}+2d^2+8-8d\sqrt{2}+4d^2 = 12\sqrt{2}+a$

$6d^2 - 4d\sqrt{2} + 12 = 12\sqrt{2}+a$

$6d^2 - 16d\sqrt{2} + 12 = a$

$6d^2 - 16d\sqrt{2} + 12 = 12\sqrt{2}+8$

$6d^2 - 28d\sqrt{2} + 4 = 0$

$3d^2 - 14d\sqrt{2} + 2 = 0$

$\Delta = 196\times 2 - 4\times 3\times 2 = 392-24 = 368$

$d = \frac{14\sqrt{2} \pm \sqrt{368}}{6} = \frac{14\sqrt{2} \pm 4\sqrt{23}}{6}$

$d = 2 \rightarrow$ قابل قبول

$a = -2-2\sqrt{2}$

$\beta = -2+2\sqrt{2}$

$\alpha\beta = a$

$+9-8 = \boxed{1}$

۱۰

$\sqrt{\frac{1}{\alpha}} + \sqrt{\frac{1}{\beta}} = \frac{1}{\sqrt{\alpha}} + \frac{1}{\sqrt{\beta}} = \frac{\sqrt{\alpha}}{\alpha} + \frac{\sqrt{\beta}}{\beta} = \frac{\sqrt{\alpha}\beta + \sqrt{\beta}\alpha}{\alpha\beta} = \frac{3}{1}$

$\frac{1}{\sqrt{\alpha}} \times \frac{\sqrt{\alpha}}{\sqrt{\alpha}} = \frac{\sqrt{\alpha}}{\alpha}$

$\frac{1}{\sqrt{\beta}} \times \frac{\sqrt{\beta}}{\sqrt{\beta}} = \frac{\sqrt{\beta}}{\beta}$

$(\beta\sqrt{\alpha}+\alpha\sqrt{\beta} = 3\alpha\beta)^2$

$\alpha\beta^2 + \beta\alpha^2 + 2\alpha\beta\sqrt{\alpha\beta} = 9\alpha^2\beta^2$

$\alpha\beta(\beta+\alpha) + 2\alpha\beta\sqrt{\alpha\beta} = 9(\alpha\beta)^2$

$mx^2+3x+2 = 0$

$m=-1$

$-x^2+3x+2 = 0$

مجموع $= \frac{c}{a} = \frac{2}{-1} = \boxed{-2}$

$3mx^2 - (m+14)x + 1 = 0$

ضرب $= \frac{c}{a} = \frac{1}{3m}$

مجموع $= \frac{-b}{a} = \frac{m+14}{3m}$

$\frac{1}{3m} \times \left(\frac{m+14}{3m}\right) + 2\times\frac{1}{3m}\times\sqrt{\frac{1}{3m}} = 2\times\left(\frac{1}{3m}\right)^2$

$\frac{m+14}{3m\times 3m} + \frac{2\times 3m}{3m\times 3m\times\sqrt{3m}} = \frac{2}{3m\times 3m}$

$\frac{m+14}{3m\times 3m} + \frac{2}{3m\times\sqrt{3m}} = \frac{2}{3m\times 3m} \rightarrow \frac{m+14+6}{3m\times 3m} = \frac{2}{3m\times 3m} \rightarrow m+20 = 2$

$\boxed{m = -1}$