① به ازای مقادیری از x نامعادله x^2-ax+b ... $1<x<3$ همواره منفی است ← ریشه‌های آن ۱ و ۳ هستند ←

$y=x^2-ax+b$ $\xrightarrow{(1,0)}$ $0=1^2-a+b \rightarrow 1-a+b=0$

$0=3^2-3a+b \rightarrow 9-3a+b=0$ $\xrightarrow{(3,0)}$

$9-3a+b=0$, $-1+a-b=0$ $\rightarrow$ $8-2a=0 \rightarrow 2a=8 \rightarrow a=4$

$-1+4-b=0 \rightarrow 3-b=0 \rightarrow b=3$

$a+b=4+3=\boxed{7}$

---

② $y=((k-2)x+m-1)(x-3n)^2$

x		-1		4
P	$+$	0	$+$	0 $-$

* ریشه‌ی مضاعف است.

$(x-3n)^2=(x+1)^2 \rightarrow -3n=1 \rightarrow n=-\frac{1}{3}$

$((k-2)x+m-1)=(-x+4) \rightarrow k-2=-1 \rightarrow k=-1+2=1$

$\hookrightarrow m-1=4 \rightarrow m=5$

$\frac{m}{n}+k=\frac{5}{-\frac{1}{3}}+1=-15+1=\boxed{-14}$

---

③ $y=-\frac{1}{3}x^2+2x+6$ $\rightarrow (a,b)$ $\rightarrow$ نزدیک‌تر از $\frac{7}{3}$

$-\frac{1}{3}x^2+2x+6>\frac{7}{3} \xrightarrow{\times 3} -x^2+6x+18>7 \xrightarrow{\times(-1)} x^2-6x-18<-7$

$x^2-6x-18+7<0 \rightarrow x^2-6x-5<0 \rightarrow (x-5)(x+1)<0$

x		-1		5
y	$+$	0	$-$	0 $+$

$\rightarrow (-1,5) \rightarrow b-a=5-(-1)=5+1=\boxed{6}$

---

④ $f(x)=x^3-3x^2-x+3$ $x>0$ (a,b) $\rightarrow$ بیشترین فاصله‌ها از ...

$y=x^2(x-3)-(x-3)=(x^2-1)(x-3)=(x+1)(x-1)(x-3)<0$

x		-1		1		3	
y	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

$\rightarrow x>0 \rightarrow (1,3) \rightarrow$ نقطه‌ی میانی $=2$

$f(2)=8-12-2+3=11-14=\boxed{-3}$

Subject

Year . Mont . Day . ( )

⑥ $(a-1)x^2+(a-1)x+1 \rightsquigarrow$ به ازای هر مقدار x مثبت

$\hookrightarrow a-1>0 \rightsquigarrow a>1 \rightsquigarrow a\in(1,+\infty)$

$\hookrightarrow b^2-4ac<0 \rightsquigarrow (a-1)^2-4(a-1)\times 1 = a^2+1-2a-4a+4<0$

$a^2-6a+5<0 \rightsquigarrow (a-1)(a-5)<0 \rightsquigarrow a\in(1,5)$

x		1		5	
y	$+$	0	$-$	0	$+$

$(1,5)\cap(-\infty,1)=\emptyset$

a متعلق به مجموعه تهی ($\emptyset$) است

⑨ $\frac{m(m^3+m)}{m-2}>0 \rightsquigarrow \frac{m\times m(m^2+1)}{m-2}>0 \rightsquigarrow \frac{m^2(m^2+1)}{m-2}>0$

m مضاعف $0 \rightsquigarrow$ ریشه ندارد

$\frac{m^2(m^2+1)}{m-2}>0$ (توان 2)

x		$*$ 0		2	
y	$-$	0	$-$	تعریف نشده	$+$

$\rightsquigarrow (2,+\infty)$

⑦ $\frac{(x^2-x-6)(x-1)^2}{(x^2+x+1)(2-x)^3}\le 0 \rightsquigarrow \frac{(x-3)(x+2)(x-1)^2}{(x^2+x+1)(2-x)^3}\le 0$

$\frac{(x-3)^{3}(x+2)^{-2}(x-1)^{2}}{(x^2+x+1)(2-x)^3}\le 0$ (توان 2)

x		-2		$*$ 1		2		3	
y	$+$	0	$-$	0	$-$	تعریف نشده	$+$	0	$-$

$\hookrightarrow b^2-4ac=1-4=-3$ ریشه ندارد.

$\hookrightarrow [-2,2)\cup[3,+\infty)$

⑧ $f(x)=\frac{3x^2-2x}{x^2+4} \rightsquigarrow (a,b) \rightsquigarrow$ پایین‌تر از $y=2$

$\frac{3x^2-2x}{x^2+4}<2 \rightsquigarrow \frac{3x^2-2x-2x^2-8}{x^2+4}<0 \rightsquigarrow \frac{x^2-2x-8}{x^2+4}<0 \rightsquigarrow \frac{(x-4)(x+2)}{x^2+4}<0$

(توان 4 و -2)

ریشه ندارد ↓

x		-2		4	
y	$+$	0	$-$	0	$+$

$\rightsquigarrow (-2,4)$

$b-a=4-(-2)=4+2=6$

⑨

$$-1 < \frac{3x^2-4x}{x+1} < 0$$

ریشه ندارد.

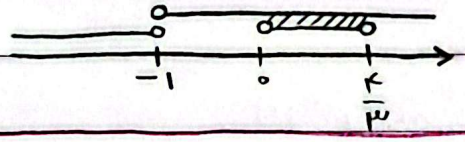
$$\Delta = 9-12 = -3 \Rightarrow \Delta < 0$$

$$\hookrightarrow 0 < \frac{3x^2-4x+x+1}{x+1} \Rightarrow 0 < \frac{3x^2-3x+1}{x+1}$$

x		-1	
y	$-$	∄	$+$

$$\hookrightarrow \frac{3x^2-4x}{x+1} < 0 \Rightarrow \frac{x(3x-4)}{x+1} < 0$$

x		-1		0		$\frac{4}{3}$	
y	$-$	∄	$+$	0	$-$	0	$+$



$$\Rightarrow \boxed{(0, \frac{4}{3})}$$

⑩

$$\frac{x^2-10}{x} \leq 3 \Rightarrow \frac{x^2-10}{x} - 3 \leq 0 \Rightarrow \frac{x^2-3x-10}{x} \leq 0$$

$$\Rightarrow \frac{(x-5)(x+2)}{x} \leq 0$$

(5, -2, 0)

x		-2		0		5	
y	$-$	0	$+$	∄	$-$	0	$+$

$$\Rightarrow \boxed{(-\infty, -2] \cup (0, 5]}$$