روژین خدای

بنام خدا

-۱

$x^2 - ax + b$

$$\begin{array}{c|c|c|c|c} & 1 & & 3 & \\ \hline + & 0 & - & 0 & + \end{array}$$

$\xrightarrow{x=1} 1 - a + b = 0$

$x = 3 \quad 9 - 3a + b = 0$

$8 - 2a = 0$

$a = 4$

$a = 4 \quad 1 - 4 + b = 0 \to b = 3$

$\Rightarrow a + b = 4 + 3 = \boxed{7}$

-۲

$y = ((k-2)x + m - 1)(x - 3n)^2$

$\frac{m}{n} + k = ?$

$$\begin{array}{c|c|c|c|c} & -1 & & 4 & \\ \hline + & 0 & + & 0 & - \end{array}$$

ریشه مضاعف ۱- داریم

$\Rightarrow ((k-2)x + m - 1)\underbrace{(x - 3n)}^2$

$\hookleftarrow x = -1 \to -1 - 3n = 0$

$-1 = 3n$

$\boxed{-\frac{1}{3} = n}$

$x = 4$

$(k-2)x + m - 1 = 0$

$4k - 8 + m - 1 = 0$

$m + 4k = 9 \to$

ق ق چون بعد از ۴ باید حاصل منفی باشد

$\boxed{k=1} \to \boxed{m = 5}$

$k = 2 \to m = 1$ غ ق ق

چون ضریب x صفر می‌شود

$k = 1 \to (-x + 4)(x + 1)^2$

حاصل منفی باشد

$\Rightarrow \frac{5}{-\frac{1}{3}} + 1 \Rightarrow -15 + 1 = \boxed{-14}$

-۳

$y = -\frac{1}{3}x^2 + 2x + 6 \to \frac{7}{3} \xrightarrow{\times 3} x^2 - 6x - 12 < -7$

$x^2 - 4x - 5 < 0$

$(x - 5)(x + 1) < 0$

$$\begin{array}{c|c|c|c|c} & -1 & & 5 & \\ \hline - & 0 & + & 0 & - \end{array}$$

$\Rightarrow \underset{a}{(-1},\underset{b}{5)} \Rightarrow b - a \Rightarrow 5 + 1 = \boxed{6}$

-۴

$f(x) = x^3 - 3x^2 - x + 3 \quad x > 0$

$-x^2(-x + 3) + (-x + 3) \Rightarrow (-x + 3)(1 - x^2) \Rightarrow (-x + 3)(1 - x)(1 + x)$

حاصل باید منفی باشد ← x پایین‌تر

$$\begin{array}{c|c|c|c|c|c|c} & -1 & & 1 & & 3 & \\ \hline - & | & + & 0 & - & 0 & + \end{array}$$

غ ق ق چون $x > 0$

ق ق $\Rightarrow (1, 3)$

نقطه وسط $\leftarrow 2 = \frac{1+3}{2}$

$f(2) = 8 - 12 - 2 + 3 \Rightarrow \boxed{-3}$

۵

$(a-1)x^2 + (a-1)x + 1$

$a = 1$ تمامی است زیرا اگر ۰ در حالتی که ضرایب صفر باشد حاصل برابر یک می‌شود - مثبت است

-۶

$\frac{m(m^3 + m)}{m - 2} > 0$

$m^3 + m = 0$

$m(m^2 + 1) = 0 \to m = 0$

$$\begin{array}{c|c|c|c|c} & 0 & & 2 & \\ \hline - & | & - & 0 & + \end{array}$$

$\Rightarrow \boxed{m = (2, +\infty)}$

-۷

$\frac{(x^2 - x - 6)(x - 1)^2}{(x^2 + x + 1)(2 - x)^3} \leq 0$

$\Delta = 1 - 4 = -3$

ریشه ندارد

$\frac{(x - 3)(x + 2)(x - 1)^2}{(2 - x)^3} \leq 0$

$$\begin{array}{c|c|c|c|c|c|c|c|c} & -2 & & 1 & & 2 & & 3 & \\ \hline + & 0 & - & 0 & + & | & + & 0 & - \end{array}$$

$m \in [-2, 2) \cup [3, +\infty)$

-۸

$f(x) = \frac{3x^2 - 2x}{x^2 + 4}$

(a, b)

$y = 2$

$\frac{3x^2 - 2x}{x^2 + 4} - 2 < 0 \Rightarrow \frac{3x^2 - 2x - 2x^2 - 8}{x^2 + 4} < 0 \Rightarrow \frac{x^2 - 2x - 8}{x^2 + 4} < 0$

$(x - 4)(x + 2)$

همواره مثبت

$$\begin{array}{c|c|c|c|c} & -2 & & 4 & \\ \hline + & 0 & - & 0 & + \end{array}$$

$\boxed{(-2, 4)} \to b - a = 4 + 2 = \boxed{6}$

۹- پاسخ

$$-1 < \frac{3x^2-4x}{x+1} < 0$$

$$-1 < \frac{x(3x-4)}{x+1} < 0 \qquad (0,\ \tfrac{4}{3},\ -1)$$

-1	0	$\frac{4}{3}$
$-\ \ +$	$+\ \ -$	$-\ \ +$

$\Rightarrow$ کوچک تر از صفر $\Rightarrow (-\infty,-1)\cup(0,\frac{4}{3})$ I

$$-1 < \frac{3x^2-4x}{x+1} \Rightarrow 0 < \frac{3x^2-4x+x+1}{x+1} \Rightarrow$$

$$0 < \frac{3x^2-3x+1}{x+1} \quad (\Delta < 0) \Rightarrow \quad \frac{}{-\ \ \underset{-1}{|}\ \ +} \Rightarrow (-1,+\infty)\ \text{II}$$

بزرگ تر از ۰

$$\Rightarrow I\cap II \rightarrow (0,\frac{4}{3})$$

۱۰-

$$\frac{x^2-10}{x} \geq 3 \longrightarrow \frac{x^2-10-3x}{x} \geq 0 \Rightarrow \frac{x^2-3x-10}{x} \geq 0$$

$$\frac{(x-5)(x+2)}{x} \geq 0$$

-2	0	5
$-\ \ +$	$+\ \ -$	$-\ \ +$

$$x = (-\infty,-2]\cup(0,+5]$$