۱)

بارش ذهنی — دفتر ۲ تکلیف ۱۴

$x^2 - ax + b$

	۱		۳	
+	0	−	0	+

⇒ ۳ , ۱ ریشه‌های معادله

$9 - 3a + b = 0$

$-1 + a - b = 0$

$8 - 2a = 0 \quad a = 4 \Rightarrow b = 3$

$a + b = 4 + 3 = 7$

۲)

	−1		4	
+	0	+	0	−

$x^3 < 0$ ⇒ $k - 2 < 0$, $k < 2$ → طبیعی است → $k = 1$

چون ریشه

$x - cx \xrightarrow{f(-1)} -1 - 3x = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{3}$

$((1-2)x + m - 1) \xrightarrow{f(4)} -4 + m - 1 = 0 \Rightarrow m = 5$

$\frac{5}{-\frac{1}{3}} + 1 = -15 + 1 = -14$

۳)

$y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 6 \Rightarrow -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 6 > \frac{7}{2} \Rightarrow \frac{1}{2}x^2 - 2x - 2.5 < 0$

$\Rightarrow x^2 - 4x - 5 < 0 \Rightarrow (x - 2.5)(x + 0.5) < 0$

$+\frac{2.5}{0.5} = 5 \qquad -\frac{0.5}{0.5} = -1$

	−1		5	
+	0	−	0	+

بازه $(-1, 5)$

$5 - (-1) = 6$

۴)

$f(x) = x^3 - 3x^2 - x + 3 \quad x > 0 \Rightarrow -x^2(-x+3) + (-x+3) \Rightarrow$

$(-x+3)(1-x^2) \Rightarrow (3-x)(1-x)(1+x) < 0$ ($+3$, $+1$, -1)

	−1		1		3	
−	0	+	0	−	0	+

$\Rightarrow x > 0$ ⇒ $(a, b) = (1, 3)$

$= 2$ تنها عدد طبیعی بازه

$f(2) = 8 - 12 - 2 + 3 = -3$

۵)

$(a-1)x^2 + 4(a-1)x + 1$ ⇒ منفی: $a - 1 < 0$ ⇒ $a < 1$ (I)

$\Delta < 0 \Rightarrow (a-1)^2 - 4(a-1)(1) < 0$

$a^2 + 1 - 2a - 4a + 4 < 0 \qquad a^2 - 6a + 5 < 0$

$(a-5)(a-1) < 0$ ($+5$, $+1$)

	1		5	
+	0	−	0	+

⇒ $(1, 5)$ (II)

$\text{(I)} \cap \text{(II)} = \varnothing$ برای هیچ عدد a جواب ندارد.

$\frac{x^2(x^2+1)}{x-2} \geq 0$ $\quad$ $\begin{array}{ccccc} & 0^* & & 2 & \\ - & | & - & | & + \end{array}$ $\Rightarrow x>0$ $\quad (2,+\infty)$

(6)

$\frac{(x^2-x-6)(x-1)^2}{(x^2+x+1)(2-x)^3} \leq 0 \Rightarrow \frac{(x-3)(x+2)(x-1)^2}{(x^2+x+1)(2-x)^3} \leq 0$ $\quad$ $\begin{array}{ccccccccc} & -2 & & 1^* & & 2 & & 3 & \\ + & | & - & | & - & \circ & + & | & - \end{array}$

(x^2+x+1: + همواره)

$D_f = [-2,2) \cup [3,+\infty)$

(7)

$\frac{3x^2-2x}{x^2+4} < 2 \Rightarrow \frac{3x^2-2x}{x^2+4} - \frac{2x^2+8}{x^2+4} < 0 \Rightarrow \frac{x^2-2x-8}{x^2+4} < 0 \Rightarrow$

$\frac{(x-4)(x+2)}{x^2+4} < 0$ $\quad$ $\begin{array}{ccccc} & -2 & & 4 & \\ + & | & - & | & + \end{array}$ $\quad (a,b) = (-2,4) \Rightarrow 4-(-2) = 6$

(8)

$\frac{3x^2-4x}{x+1} > -1 \Rightarrow \frac{3x^2-4x}{x+1} + \frac{x+1}{x+1} > 0 \quad \frac{3x^2-3x+1}{x+1} > 0$ (ریشه ندارد)

$\Rightarrow x > -1 \quad (-1,+\infty)$ (I)

$\frac{3x^2-4x}{x+1} < 0 \quad \frac{x(3x-4)}{x+1} < 0$ $\quad$ $\begin{array}{ccccccc} & -1 & & 0 & & \frac{4}{3} & \\ - & \circ & + & | & - & | & + \end{array}$

$\Rightarrow (0,\frac{4}{3}) \cup (-\infty,-1)$ (II)

(I) $\cap$ (II) $= (0,\frac{4}{3})$

(9)

$\frac{x^2-10}{x} - \frac{3x}{x} \leq 0 \quad \frac{x^2-10-3x}{x} \leq 0 \quad \frac{(x-5)(x+2)}{x} \leq 0$

$\begin{array}{ccccccc} & -2 & & 0 & & +5 & \\ - & | & + & \circ & - & | & + \end{array}$ $\quad D_f = (-\infty,-2] \cup (0,+5]$

(10)