پاسخنامه

۱) $y = x^2 - ax + b$

	1		3	
+		−		+

$(x-1)(x-3) = x^2 - 4x + 3 \longrightarrow a + b = 7$

---

۲) -۱۵

منفی $x^3 \to (+)\, x^2 \longrightarrow \left.\begin{matrix} k-2<0 \\ k<2 \end{matrix}\right\} \to k=1$

ریشه = ۴ ؛ ریشه = -1

$\big((k-2)x + m - 1\big)(x - 3n) =$

	-1		4	
+		+		−

$-1 - 3n = 0$, $n = -\frac{1}{3}$

$\frac{5}{-\frac{1}{3}} + 1 = -14$

$(k-2)4 + m - 1 = 0 \Rightarrow 4k - 8 + m - 1 = 0$

$4k = 9 - m$

$k = \frac{9-m}{4} \to$ طبیعی

$\frac{9-m}{4}$ طبیعی $\to \checkmark\ m = 5,\ k = 1$ یا $m = 1,\ k = 2$

۳) $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 6$ $\quad \Delta = 4 + 12 = 16$

$x_{1,2} = \frac{-2 \pm 4}{-1} \Rightarrow -2, +6$

	-2		6	
+		−		+

$-\frac{1}{2}x^2 + 2x + 6 > \frac{7}{2}$

$-\frac{1}{2}x^2 + 2x + 6 - \frac{7}{2} > 0$ $\quad \left(\frac{5}{2}\right)$

$\Delta = 4 + 5 = 9$

$\frac{-2 \pm 3}{-1} = -1, 5$

	-1		5	
−		+		−

$(-1, 5) = (a, b)$

$b - a = 6$

(۴

$f(x) = x^3 - 3x^2 - x + 3$

$x^3 - 3x^2 - x + 3 < 0 \rightarrow x(x^2-1) - 3(x^2-1) =$

$(x-3)(x^2-1) < 0$

$x = 3$, $(1, 3)$

$f(x) = 8 - 12 - 2 + 3 = -3$, $x = -1, 1$

نقطه میانی = ۲

(۵

$(a-1)x^2 + (a-1)x + 1 < 0$

$* \; * \xrightarrow{\text{اشتراک}} \varnothing$ ⊖ همواره

$\Delta < 0 \rightarrow (a-1)^2 - 4a + 4 < 0$

$a - 1 < 0$

$a < 1^*$ $\quad a^2 + 1 - 2a - 4a + 4 < 0$ $\quad 1 < a < 5^*$

$a^2 - 6a + 5 < 0 \rightarrow (a-1)(a-5) < 0$

(۶

$\frac{m(m^3+m)}{m-2} > 0 \rightarrow \frac{m^2(m^2+1)}{m-2} > 0$

$m > 2$

۱۷)

$$\frac{(x^2-x-6)(x-1)^2}{(x^2+x+1)(2-x)^3} \geq 0$$

$(x-3)(x+2)$ ، ۱

x^2+x+1: همواره + ، $(2-x)$: ۲

	-2		1		2		3	
$+$		$-$		$-$		$+$		$-$

$$[-2, 2) \cup [3, +\infty)$$

۸)

$$f(x) = \frac{3x^2-2x}{x^2+4}$$

$(a, b) \rightarrow$ کوچکتر از ۲

$$\frac{3x^2-2x}{x^2+4} < 2 \rightarrow \frac{3x^2-2x-2x^2-8}{x^2+4} < 0$$

$$\frac{x^2-2x-8}{x^2+4} < 0 \qquad \frac{(x-4)(x+2)}{x^2+4} \qquad 4 , -2$$

x^2+4: همواره +

	-2		4	
$+$		$-$		$+$

$$(-2, 4) = (a, b)$$

$$b-a = 6$$

۹)

$$-1 < \frac{3x^2-4x}{x+1} < 0$$

$$\Delta = 9-12 = -3$$

$$\frac{3x^2-4x}{x+1} + 1 > 0 \rightarrow \frac{3x^2-4x+x+1}{x+1} > 0$$

$3x^2-3x+1$ همواره + ، $\Delta < 0$

$x+1$: -1

$$x > -1$$

اشتراک $= \left(1, \frac{4}{3}\right)$

$$\frac{3x^2-4x}{x+1} < 0 \rightarrow \frac{3\left(x-\frac{4}{3}\right)(x-1)}{x+1} < 0$$

$\frac{4}{3}$ ، $+1$ ، -1

	-1		1		$\frac{4}{3}$	
$-$		$+$		$-$		$+$

(10

$$\frac{x^2-10}{x} \leq 2 \qquad \frac{x^2-2x-10}{x} \leq 0$$

$$\frac{(x-5)(x+2)}{x} \leq 0$$

$x \neq 0$

	-2		0		5	
$-$	0	$+$	$\nexists$	$-$	0	$+$

$(-\infty, -2] \cup (0, 5]$