هنرستان نیکوکاری   کلاس دهم ریاضی C   تکلیف ۲۶

۱- $x^2 - ax + b \,,\; 1<x<3$ همواره منفی $\,, a+b=?$

$x=1 \to 1-a+b=0 \to b-a=-1$

$x=3 \to 9-3a+b=0 \to b-3a=-9$ (جایگذاری)

$\Rightarrow -2a=-8 \Rightarrow a=4 \Rightarrow b=3$

$a+b=\boxed{7}$

۲- $y=((k-2)x+m-1)(x-3n)^2$ و $\frac{m}{n}+k$? و k طبیعی

x		-1		4	
p	$+$	0	$+$	0	$-$

ریشه مضاعف — ریشه ساده

$k-2<0$

$k<2$ و طبیعی $\Rightarrow k=1$

عدد ۳ ... ریشه ۱- ریشه این پرانتز است

$x=-1 \to -1-3n=0 \Rightarrow n=-\frac{1}{3}$

$x=4 \to 4k-8+m-1=0$

$4k-8+m-1=-3n-1$

$4k+3n+m-8=0$

$k=1, n=-\frac{1}{3} \Rightarrow m-5=0 \Rightarrow m=5$

$\frac{5}{-\frac{1}{3}}+1=\boxed{-14}$ جواب

۳- $y=-\frac{1}{2}x^2+2x+6$

$-\frac{1}{2}x^2+2x+6>\frac{7}{2} \Rightarrow -\frac{1}{2}x^2+2x+\frac{5}{2}>0 \xrightarrow{\times(-2)}$

$x^2-4x-5<0$

$(x-5)(x+1)<0$

x		-1		5	
y	$+$	0	$-$	0	$+$

$(-1,5) \Leftarrow a=-1,\; b=5$

$b-a=5-(-1)=\boxed{6}$

البته می دانیم که بازه (a,b) می تواند زیرمجموعه ای از $(-1,5)$ باشد اما برای بیشترین اختلاف ممکن باید خود بازه $(-1,5)$ باشد.

۴- $f(x)=x^3-3x^2-x+3 \,,\, x>0$

$f(x)=x^2(x-3)-(x-3)=(x-3)(x-1)(x+1)$

x		-1		1		3	
$f(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

زیر محور x ها یعنی عبارت منفی باشد.

چون $x>0$ ما بازه کوچکتر صفر در نظر نمی گیریم

$(1,3)$ ، $a=1, b=3$

نقطه میانی $\frac{1+3}{2}=2 \Rightarrow$ جایگذاری $f(x)=(-1)(1)(3)=\boxed{-3}$

۵- $\underbrace{(a-1)}_{a}x^2+\underbrace{(a-1)}_{b}x\underbrace{+1}_{c} \to$ همواره منفی و a? اشتراک ① و ②

$a<0 \Rightarrow a-1<0 \Rightarrow a<1$ ①

$\Delta<0 \Rightarrow b^2-4ac<0 \Rightarrow a^2-2a+1-4a+4<0$

$(a-1)(a-5)<0 \Leftarrow a^2-6a+5<0$

a		1		5	
a^2-6a+5	$+$	0	$-$	0	$+$

② $1<a<5$

اشتراکی ندارند: $\boxed{①\cap②=\varnothing}$

۶- $\frac{m(m^3+m)}{m-2} \to$ همواره مثبت و m?

می توانستیم هم بگوییم m^2 و m^2+1 نمی توانند منفی شوند پس $(m-2)$ می ماند که مثبت باشد: $\boxed{m>2}$

$0 \leftarrow \frac{m^2(m^2+1)}{m-2}$

m		0		2	
$\frac{m(m^3+m)}{m-2}$	$-$	0	$-$	تن	$+$

$(2,+\infty)$

۷-

$$\frac{(x^2-x-6)^3\,(x-1)^2}{(x^2+x+1)\,(2-x)^3} \geq 0$$

$x^2-x-6=(x-3)(x+2)$

x^2+x+1: $\Delta=-3$ ریشه ندارد

x		-2		1		2		3	
	$+$	0	$-$	0	$-$	ت.ن	$+$	0	$-$

$$\boxed{[-2,2)\cup[3,+\infty)}$$

$A=\{x \mid x\in\mathbb{R},\ -2\leq x<2$ یا $3\leq x\}$

۸-

$$f(x)=\frac{3x^2-2x}{x^2+4}$$

$$\frac{3x^2-2x}{x^2+4}<2 \Rightarrow \frac{3x^2-2x}{x^2+4}-2<0$$

$$\Rightarrow \frac{3x^2-2x-2x^2-8}{x^2+4}<0 \Rightarrow \frac{x^2-2x-8}{x^2+4}<0 \Rightarrow \frac{(x-4)(x+2)}{x^2+4}<0$$

x^2+4: $\Delta<0$ ریشه ندارد.

x		-2		4	
$f(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

$(-2,4)$

برای بیشترین مقدار $a=-2$, $b=4$ $\Rightarrow$ $b-a=4-(-2)=\boxed{6}$

۹-

$$-1<\frac{3x^2-4x}{x+1}<0$$

① $\dfrac{x(3x-4)}{x+1}<0$ ، ریشه‌ها: 0 ، $\frac{4}{3}$ ، -1

		-1		0		$\frac{4}{3}$	
	$-$	ت.ن	$+$	0	$-$	0	$+$

$(-\infty,-1)\cup(0,\frac{4}{3})$

② $0<\dfrac{3x^2-4x+x+1}{x+1} \Rightarrow 0<\dfrac{3x^2-3x+1}{x+1}$ ، $\Delta<0$ ریشه ندارد ، -1

		-1	
	$-$	ت.ن	$+$

$(-1,+\infty)$

اشتراک ① و ②: $\boxed{(0,\frac{4}{3})}$

$A=\{x \mid x\in\mathbb{R},\ 0<x<\frac{4}{3}\}$

۱۰-

$$\frac{x^2-10}{x}\leq 3 \Rightarrow \frac{x^2-10-3x}{x}\leq 0 \Rightarrow \frac{(x-5)(x+2)}{x}\leq 0$$

ریشه‌ها: 5 ، -2 ، 0

		-2		0		5	
	$-$	0	$+$	ت.ن	$-$	0	$+$

$$\boxed{(-\infty,-2]\cup(0,5]}$$