نام و نام خانوادگی ..... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..... کلاس .....

۱ / ۲۰

الف) $\begin{cases} 9 = 3x - y \\ -4 = x + 2y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 3x - 9 \\ y = \frac{-4-x}{2} \end{cases} \Rightarrow (3x-9)2 = -4-x \Rightarrow 7x = 14 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow y = -3$

۱

ب) $\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{y-x}{xy} = -1 \xrightarrow{\times 3} 3y - 3x = -3xy$

$\frac{5}{x} - \frac{7}{y} = \frac{5y-7x}{xy} = -3 \Rightarrow 5y - 7x = -3xy$

$\begin{cases} 3y - 3x = 5y - 7x \\ 4x = 2y \\ 2x = y \end{cases} \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{1}{2}$

۲

$(1, a+1)$ $(1, -2)$ $\Rightarrow a+1 = -2 \Rightarrow a = -3 \Rightarrow f = \{(-3,-4)(1,-2)(1,-2)(2,b)\}$

$f(a) + 2f(2) = 3f(1)$

$-4 + 2b = -4$

$2b = 0$

$\boxed{b=0}$

۳

$m^2 - 2m = -1$

$m^2 - 2m + 1 = 0$

$(m-1)(m-1) = 0$

① ✓ ② ✓

X

if $m=1$ $\Rightarrow f = \{(-1,-2)(3,5)(-1,-2)(2,4)(2,4)(3,5)\}$ (X X)

if $m=2$ $\Rightarrow f = \{(-1,-2)(3,5)(-1,-2)(3,4)(2,4)(4,9)\}$ (✓)

تابع ثابت

۴

الف) تابع نیست

ب) تابع است

ج) تابع نیست

د) تابع است

۵

الف) $\begin{cases} y_1 = -\sqrt{x_1+1} \\ y_2 = -\sqrt{x_2+1} \end{cases} \xrightarrow{x_1 = x_2} y_1 = y_2$ تابع است

ب) $x = \frac{y}{\sqrt{1-y^2}} \Rightarrow \frac{y_1}{\sqrt{1-y_1^2}} = \frac{y_2}{\sqrt{1-y_2^2}} \rightarrow \frac{y_1^2}{1-y_1^2} = \frac{y_2^2}{1-y_2^2} \Rightarrow$

$y_1^2 - y_1^2 y_2^2 = y_2^2 - y_1^2 y_2^2 \Rightarrow y_1 = y_2$ تابع است

y_1 و y_2 هم علامت

۶

الف) $|۳| = ۳$ $\quad |-۳| = ۳ \longrightarrow$ تابع نیست

$\longrightarrow) y_۱^۳ + ۳y_۱^۲ + ۳y_۱ = y_۲^۳ + ۳y_۲^۲ + ۳y_۲$

$y_۱^۳ - y_۲^۳ = ۳y_۲^۲ + ۳y_۲ - ۳y_۱^۲ - ۳y_۱ \Rightarrow (y_۱ - y_۲)(y_۱^۲ + y_۱y_۲ + y_۲^۲) = ۳(y_۲ - y_۱)(y_۲ + y_۱ + ۱)$

$(y_۱ - y_۲)(y_۱^۲ + y_۱y_۲ + y_۲^۲) + ۳(y_۱ - y_۲)(y_۲ + y_۱ + ۱) = ۰ \quad (\underbrace{y_۱ - y_۲}_{y_۱ = y_۲})(y_۱^۲ + y_۱y_۲ + y_۲^۲ + ۳y_۲ + ۳y_۱ + ۳) = ۰$

$y_۱^۲ + y_۱(y_۲ + ۳) + y_۲^۲ + ۳y_۲ + ۳ = ۰$ تابع است

$\Delta = -۳(y_۲ + ۱)^۲ \Rightarrow \Delta \leq ۰$ $\quad \Delta < ۰$ / $\Delta = ۰ \Rightarrow y_۲ = -۱ \Rightarrow y_۱ = -۱$

۷

$f(x) = \dfrac{x^۲ + ۴x + ۴ + ۱}{x^۲ + ۴x + ۴ + ۳} = \dfrac{(x+۲)^۲ + ۱}{(x+۲)^۲ + ۳} \longrightarrow \dfrac{(\sqrt{۳} - ۲ + ۲)^۲ + ۱}{(\sqrt{۳} - ۲ + ۲)^۲ + ۳} = \dfrac{۴}{۹} = \boxed{\dfrac{۲}{۳}}$

۸

$f(x) = x^۳ + ax + b$ $\quad y = ۳x - a$ $\quad \xrightarrow{(-۱, -۴)}$ $-۴ = -۱ - a + b$

$-۴ = -۳ - a \Rightarrow -۱ = -a \Rightarrow a = ۱ \Rightarrow b = -۲$

$x^۳ + x - ۲ = ۳x - ۱ \Rightarrow x^۳ - ۲x - ۱ = ۰ \Rightarrow x(x-۱)(x+۱) - (x+۱) = ۰$

$(\underbrace{x+۱}_{۰})(\underbrace{x^۲ - x - ۱}_{۰}) = ۰$

$x = -۱$ $\quad \Longrightarrow x^۲ - x - ۱ = ۰$ مجموع ریشه‌ها $= \dfrac{-b}{a} = ۱$

دیدگاه سوال دارد

۹

$a + b = ۲a$

$a = b$

$a - ۲b + ۱ = ۲a$

$a - ۲a + ۱ = ۲a$

$-a + ۱ = ۲a$

$۳a = ۱ \Longrightarrow \boxed{a = \dfrac{۱}{۳}}$

۱۰

$f(x) = \dfrac{۴x^۲ - ax + c + ۱}{bx + ۳} = x$

$۴x^۲ - ax + c + ۱ = bx^۲ + ۳x$

$(\underbrace{۴ - b}_{۰})x^۲ - (\underbrace{a + ۳}_{۰})x + \underbrace{c + ۱}_{۰} = ۰$

$۴ = b$ $\quad a = -۳$ $\quad c = -۱$

$a + b + c = -۳ + ۴ - ۱ = ۰$