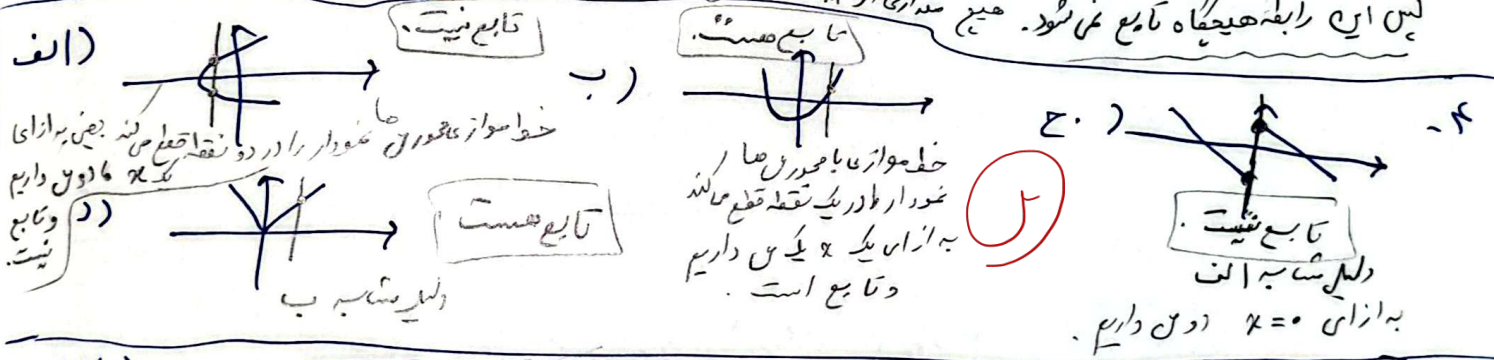


الف) $(3x - y = 9 \rightarrow x^2 \rightarrow 6x - 2y = 18$
 $x + 2y = 4$
 برای برابری باید مؤلفه‌های اول یا دوم و مؤلفه‌های دوم یا سوم برابر باشند.
 $\frac{x}{1} = \frac{-2y}{2}$ جواب
 $x = -y$
 $3(-y) - y = 9 \rightarrow -4y = 9 \rightarrow y = -\frac{9}{4}$
 $x = -(-\frac{9}{4}) = \frac{9}{4}$
 ب) $(\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = -1$
 $\frac{2}{x} - \frac{1}{y} = -3$
 $\frac{x}{1} = \frac{1}{2}$ جواب
 $x = \frac{1}{2}$
 $\frac{1}{\frac{1}{2}} - \frac{1}{y} = -1 \rightarrow 2 - \frac{1}{y} = -1 \rightarrow -\frac{1}{y} = -3 \rightarrow \frac{1}{y} = 3 \rightarrow y = \frac{1}{3}$

۲- $f(a) + 2f(b) = 3f(c)$
 $\frac{f(a)}{3a} + \frac{2f(b)}{2b} = \frac{3f(c)}{-6}$
 $\Rightarrow 2a + 2b = -6 \Rightarrow a + b = -3$
 $-2 + b = -3 \Rightarrow b = -1$
 $a + (-1) = -3 \Rightarrow a = -2$

چون تابع است و به ازای یک مؤلفه اول فقط باید یک مؤلفه دوم داشته باشیم. تابع برابر $a = -2, b = -1$ جواب

۳- $f = \{ (m^2 + 2, m + 1), (2, 4), (m + 1, 4), (-1, -2), (3, 5), (-1, m^2 - 3m) \}$
 در این حالت تابع نسبت چون به ازای ۴ هم ۴ هم ۶ داریم $m = 1$
 تابع نسبت چون به ازای ۳ هم ۳ هم ۴ داریم $m = 2$
 هر دو را امتحان می‌کنیم.
 $m^2 - 3m = -2 \Rightarrow m^2 - 3m + 2 = 0 \Rightarrow (m-1)(m-2) = 0$
 $m = 1$ یا $m = 2$
 پس این رابطه هیچگاه تابع نمی‌شود. هیچ قدری از m آن را تابع نمی‌کند.



۵- الف) $y = -\sqrt{x+1}$
 ب) $x = \frac{y}{\sqrt{1-y^2}}$
 $x_1 = x_2$
 $\frac{y_1}{\sqrt{1-y_1^2}} = \frac{y_2}{\sqrt{1-y_2^2}} \Rightarrow \frac{y_1^2}{1-y_1^2} = \frac{y_2^2}{1-y_2^2} \Rightarrow y_1^2(1-y_2^2) = y_2^2(1-y_1^2)$
 $y_1^2 - y_1^2 y_2^2 = y_2^2 - y_1^2 y_2^2 \Rightarrow y_1^2 = y_2^2$
 $y_1 = y_2$ تابع است.
 مثال نقض: اگر $x = 2$ باشد y هم می‌تواند ۲ باشد، هم می‌تواند -۲ باشد. پس این y باید هم علامت داشته باشد.

۶- الف) $|y| = x$ مثال نقض: اگر $x = 2$ باشد y هم می‌تواند ۲ باشد، هم می‌تواند -۲ باشد. پس تابع نیست.

ب) $y^3 + 3y^2 + 3y + x^3 + x = 0$

$y^3 + 3y^2 + 3 + 1 - 1 = -x^3 - x \Rightarrow (y+1)^3 = -x^3 - x + 1 \Rightarrow y = \sqrt[3]{-x^3 - x + 1} - 1$
 تابع است.

$f(x) = \frac{x^2 + 5x + a}{x^2 + 5x + 7}$, $f(\sqrt{3}-2) = ?$ $f(x) = \frac{x^2 + 5x + 5 + 1}{x^2 + 5x + 5 + 2} = \frac{(x+2)^2 + 1 - 4}{(x+2)^2 + 2}$

$f(x) = \frac{x^3 + ax + b}{x^3 + 2x - 1}$, $y - 3x + a = 0$
 $(-1, -2) \Rightarrow y - 3x + a = 0 \Rightarrow -1 - 6 + a = 0 \Rightarrow a = 7$
 $(-1, -2) \Rightarrow y - 3x + a = 0 \Rightarrow -1 - 6 + a = 0 \Rightarrow a = 7$
 $\frac{f(\sqrt{3}-2)}{f(\sqrt{3})} = \frac{(\sqrt{3})^2 + 1}{(\sqrt{3})^2 + 2} = \frac{4}{5} = \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)$

$f(x) = \frac{x^3 + ax + b}{x^3 + 2x - 1}$
 $y = 3x - 1$
 $x^3 + ax + b = 3x - 1 \Rightarrow x^3 - 3x - 1 = 0$

از آنجا که طول یکی از محورها بر محور دایره است پس محورها بر $x+1$ عمودند. (البته از برابری ضلع و ارتفاع در مثل قائم الزامی است).
 $\Delta = b^2 - 4ac$
 $x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$
 $(x+1)(x^2 - x - 1) = 0 \Rightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$
 $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ و $\frac{1-\sqrt{5}}{2}$ جواب است.

$a + b = 2a = a - 2b + 1$

$a + b = a - 2b + 1 \Rightarrow 3b = 1 \Rightarrow b = \frac{1}{3}$

$a + b = 2a \Rightarrow a + \frac{1}{3} = 2a$

$\Rightarrow a = \frac{1}{3}$

۱۰- تابع هائی که در حین تغییر آن به هم می‌مانند، همان چیزها می‌مانند. اگر ۲ به هم ۲ می‌دهد، ۳ به هم ۳ می‌دهد.

$f(x) = x$, $f(x) = \frac{ax^2 - ax + c + 1}{bx + 3}$, $a + b + c = ?$

$\frac{ax^2 - ax + c + 1}{bx + 3} = x \Rightarrow \frac{bx^2 + 3x}{bx + 3} = \frac{ax^2 - ax + c + 1}{bx + 3}$
 $\Rightarrow b = a, a = -3, c = -1$

$a + b + c = 0$