

الف) $(-4, 3x-y), (9, x+2y)$ $\begin{cases} 3x-y=9 \rightarrow x^2 \rightarrow 6x-2y=18 \\ x+2y=4 \end{cases}$ $\Rightarrow 7x=14 \Rightarrow x=2 \Rightarrow y=-3$

برای برابری باید مؤلفه‌های اول یا دوم و مؤلفه‌های دوم یا سوم برابر باشند. $\frac{x}{y} = -\frac{2}{3}$ جواب

ب) $(-3, -1), (\frac{1}{x} - \frac{1}{y}, \frac{5}{x} - \frac{7}{y})$ $\begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = -1 \\ \frac{5}{x} - \frac{7}{y} = -3 \end{cases} \xrightarrow{x(-y)} \begin{cases} -\frac{y}{x} + \frac{y}{y} = +7 \\ \frac{5}{x} - \frac{7}{y} = -3 \end{cases}$

$\frac{x}{y} = \frac{1}{3} \rightarrow$ جواب

۲- $f(a) + 2f(b) = 3f(1)$ $\Rightarrow -\frac{2}{a} = 4 \Rightarrow a = -\frac{1}{2} = y = -1$

$\Rightarrow 2a+2b=-4 \Rightarrow a+b=-2$

چون تابع است $\Rightarrow (1, a+1), (1, -2)$ $\Rightarrow 1=1$ $\Rightarrow a+1=-2 \Rightarrow a=-3$

و به ازای یک مؤلفه اول $\Rightarrow b=0$ $\Rightarrow -2+b=-3 \Rightarrow b=-1$ \Rightarrow جواب

تفاوت باید یک مؤلفه دوم داشته باشیم. \Rightarrow جاگذاری

۳- $f = \{ (m^2+2, m+1), (2, 4), (m+1, 4), (-1, -2), (3, 5), (-1, m^2-3m) \}$

در این حالت تابع نیست چون به ازای $x=2$ هم $y=4$ و هم $y=3$ داریم. \Rightarrow هر دو را امتحان می‌کنیم.

این حالت تابع است چون به ازای $x=3$ هم $y=5$ و هم $y=4$ داریم. \Rightarrow $m=1$ $(2, 4)$ $m=2$ $(3, 4)$

باید مؤلفه‌های در شکل هم برای تابع بودن برابر باشد. $m^2-3m = -2 \Rightarrow m^2-3m+2=0 \Rightarrow (m-1)(m-2)=0$

هم $y=2$ $y=5$ \Rightarrow $m=1$ \rightarrow $(2, 4)$ $m=2$ \rightarrow $(3, 4)$

همه مقدارهای m آن را تابع نمی‌کنند.

۴- پس این رابطه هیچگاه تابع نمی‌شود. هیچ قدری از m آن را تابع نمی‌کنند.

الف) تابع نیست.

ب) تابع هست.

خط موازی با محور y ها را $x=0$ می‌نامیم. خود را در یک نقطه قطع می‌کند. به ازای یک x یک y داریم و تابع است.

ج) تابع نیست. دلیلش به الف $x=0$ دون داریم.

۵- الف) $y = -\sqrt{x+1}$ $y = -\sqrt{x+1}$ \Rightarrow از شکل استفاده می‌کنیم.

ب) $x = \frac{y}{\sqrt{1-y^2}}$ $x_1 = x_2$ $\Rightarrow \frac{y_1}{\sqrt{1-y_1^2}} = \frac{y_2}{\sqrt{1-y_2^2}} \Rightarrow \frac{y_1^2}{1-y_1^2} = \frac{y_2^2}{1-y_2^2} \Rightarrow y_1^2 = y_2^2 \Rightarrow y_1 = y_2$ \Rightarrow تابع است.

مثال نقیض \rightarrow اگر x صلاً 2 باشد y هم می‌تواند 2 باشد، هم می‌تواند -2 باشد. \Rightarrow پس y باید هم علامت داشته باشد.

۶- الف) $|y| = x$ مثال نقیض \rightarrow اگر x صلاً 2 باشد y هم می‌تواند 2 باشد، هم می‌تواند -2 باشد. \Rightarrow پس تابع نیست.

ب) $y^3 + 3y^2 + 3y + x^3 + x = 0$

$y^3 + 3y^2 + 3 + 1 - 1 = -x^3 - x \Rightarrow (y+1)^3 = -x^3 - x + 1 \Rightarrow y = \sqrt[3]{-x^3 - x + 1} - 1$
 تابع است.

$f(x) = \frac{x^2 + 5x + a}{x^2 + 5x + 7}, f(\sqrt{3}-2) = ?$ $f(x) = \frac{x^2 + 5x + 5 + 1}{x^2 + 5x + 5 + 2} = \frac{(x+2)^2 + 1 - 4}{(x+2)^2 + 2}$

$f(x) = \frac{x^3 + ax + b}{x^3 + 2x - 1}, y - 3x + a = 0$
 $f(\sqrt{3}-2) = \frac{(\sqrt{3})^3 + 1}{(\sqrt{3})^3 + 3} = \frac{4}{4} = 1$

جایگذاری $(-1, -4) \Rightarrow y - 3x + a = 0 \Rightarrow -4 + 3 + a = 0 \Rightarrow a = 1$

$f(x) = \frac{x^3 + x + b}{x^3 + 2x - 1}, y = 3x - 1$
 $-4 = -1 - 1 + b \Rightarrow b = -2 \Rightarrow f(x) = \frac{x^3 + x - 2}{x^3 + 2x - 1}$

$x^3 + x - 2 = 3x - 1 \Rightarrow x^3 - 2x - 1 = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$
 $x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$

از آنجا که طول یکی از محورها بر محور دایره است پس محورها بر $x+1$ عمودند (البته از برابری طول محورها می توانیم استنباط کنیم).
 محورها بر $x+1$ عمودند و از آنجا که طول یکی از محورها بر محور دایره است پس محورها بر $x+1$ عمودند.
 $(x+1)(x^2 - x - 1) = 0 \Rightarrow x = 1 \pm \frac{\sqrt{5}}{2}$
 $\frac{x^3 - 2x - 1}{x^2 - x - 1} = \frac{x^3 - 2x^2 + x^2 - 2x - 1}{x^2 - x - 1} = \frac{-x^2 - 2x - 1}{x^2 - x - 1} = \frac{-x^2 - 2x - 1}{x^2 - x - 1}$
 $\frac{1+x}{x^2-x-1} = \frac{-x^2-2x-1}{x^2-x-1}$
 $\frac{1+x}{x^2-x-1} = \frac{-x^2-2x-1}{x^2-x-1}$
 $\frac{1+x}{x^2-x-1} = \frac{-x^2-2x-1}{x^2-x-1}$
 $\frac{1+x}{x^2-x-1} = \frac{-x^2-2x-1}{x^2-x-1}$

تابع ثابت \leftarrow به ازای هر x باید y ثابت می ماند.

$a + b = 2a = a - 2b + 1$

$a + b = a - 2b + 1 \Rightarrow 3b = 1 \Rightarrow b = \frac{1}{3}$

$a + b = 2a \Rightarrow a + \frac{1}{3} = 2a$

$\Rightarrow a = \frac{1}{3}$

۱۰- تابع هائی \leftarrow هر چیزی به آن به هم وصل چیزها می رسد مثلا اگر ۲ به هم ۲ می رسد ۳ به هم ۳ می رسد.

$f(x) = x$ $f(x) = \frac{ax^2 - ax + c + 1}{bx + 3}, a + b + c = ?$

$\frac{ax^2 - ax + c + 1}{bx + 3} = x \Rightarrow \frac{bx^2 + 3x}{bx + 3} = \frac{ax^2 - ax + c + 1}{bx + 3}$
 $\Rightarrow b = a, a = -3, c = -1$

$a + b + c = 0$