تکلیف صفحهٔ ۲۶ : تساوی زوج‌های مرتب . $(a,b)=(c,d) \Rightarrow a=c,\ b=d$

①

الف) $(۹, x+۲y), (۳x-y, -۴) \Rightarrow \frac{x}{y}=-\frac{۲}{۳}$

ب) $(-۱, -۳), (\frac{۱}{x}-\frac{۱}{y}, \frac{۵}{x}-\frac{۷}{y}) \Rightarrow \frac{x}{y}=\frac{۱}{۲}$

الف ⟵ $\begin{cases} ۳x-y=۹ \xrightarrow{۲\times} ۶x-۲y=۱۸ \\ x+۲y=-۴ \end{cases} + \Rightarrow ۷x=۱۴ \to \underset{\sim\sim}{x=۲} \Rightarrow ۳x-y=۹ \xrightarrow{x=۲} ۶-y=۹ \to (y=-۳)$

جایگذاری $y=-۱$

ب) $\frac{۱}{x}-\frac{۱}{y}=-۱ \leadsto \frac{۱}{x}+۱=-۱ \Rightarrow \frac{۱}{x}=-۲ \to x=-\frac{۱}{۲}$

$\frac{۵}{x}-\frac{۷}{y}=-۳ \leadsto \underbrace{\frac{۵}{x}-\frac{۵}{y}}_{۵(\underbrace{\frac{۱}{x}-\frac{۱}{y}}_{-۱})}-\frac{۲}{y}=-۳ \leadsto -۵-\frac{۲}{y}=-۳ \to -\frac{۲}{y}=۲ \to \boxed{y=-۱}$

② $f=\{(۵, \overset{-۶}{۲a}), (۱, \underset{-۲}{a+۱}), (۱,-۲), (۲,b)\} \Rightarrow$ تابع است $\Rightarrow$ به ازای هر x، فقط یک y

↳ $a+۱=-۲ \to a=-۳$

$\underbrace{f(۵)}_{-۶}+\underbrace{۲f(۲)}_{۲b}=\underbrace{۳f(۱)}_{(-۲)\times ۳} \Rightarrow \cancel{-۶}+۲b=\cancel{-۶} \leadsto \underset{\sim\sim}{b=۰}$

③ $f=\{(-۱, m^۲-۳m), (۳,۵), (-۱,-۲), (m+۱, ۶), (۲,۴), (m^۲+۲, ۴m+۱)\}$

$m^۲-۳m=-۲ \to m^۲-۳m+۲=۰ \quad (m-۱)(m-۲)=۰ \to (\boxed{m=۱}, m=۲)$

قابل قبول

$m=۲ \to$ غ ق ق چون $(۳,۶)\neq(۳,۵)$

④ الف) خط قائم بیش از یک بار ⟸ تابع نیست.
قطعش کرده.

ب) تابع هست   ج) به ازای $x=۰$، ۲ تا y دارد، تابع نیست

د) تابع هست → مانند : $y=|x|$ مثال نقض : مثلاً $x=۰$

⑤ الف) $y=-\sqrt{x+۱} \Rightarrow$ توان ۲ $\Rightarrow y^۲=x+۱ \Rightarrow y^۲=۱ \to y=\pm ۱ \to$ تابع نیست

ب) $x=\frac{y}{\sqrt{۱-y^۲}} \overset{x=۱}{\Rightarrow} \sqrt{۱-y^۲}=y \to ۱-y^۲=y^۲ \to ۲y^۲=۱ \leadsto y^۲=\frac{۱}{۲} \leadsto y=\pm\frac{۱}{۲}$

مثال نقض / تابع نیست.

⑥ الف) $|y|=x \quad x=۳ \to y=\pm ۳$ تابع نیست، به ازای یک x، ۲ تا y دارد.

ب) $y^۳+۳y^۲+۳y+x^۳+x=۰$

$y^۳+۳y^۲+۳y+۱+x^۳+x-۱=۰ \to (y+۱)^۳=-x^۳-x-۱ \Rightarrow y+۱=\sqrt[۳]{-x^۳-x-}$

$y=\sqrt[۳]{-x^۳-x-۱}-۱ \quad \begin{cases} y_۱=\sqrt[۳]{-x_۱^۳-x_۱-۱} \\ y_۲=\sqrt[۳]{-x_۲^۳-x_۲-۱} \end{cases} \Rightarrow \boxed{y_۱=y_۲}$ تابع هست

(۷) $f(x)=\dfrac{x^۲+۴x+۵}{x^۲+۴x+۷}=\dfrac{x^۲+۴x+۷-۲}{x^۲+۴x+۷}=۱+\dfrac{-۲}{x^۲+۴x+۷}$

$$f(\underbrace{\sqrt{۳}-۲}_{x})=۱+\dfrac{-۲}{۷-\cancel{۴\sqrt{۳}}+\cancel{۴\sqrt{۳}}-۸+۷}=\dfrac{-۲}{۶}+۱=۱-\dfrac{۱}{۳}=\dfrac{۲}{۳}$$

$(\sqrt{۳}-۲)^۲=۷-۴\sqrt{۳}$

(۸) $\left.\begin{aligned}&f(x)=x^۳+ax+b\\&y-۳x+a=۰\end{aligned}\right\}\Rightarrow(-۱,-۴)$

$-۴=-۱-۱+b \rightsquigarrow \boxed{b=-۲}$

$\Rightarrow y=۳x-a \to -۴=-۳-a \Rightarrow \boxed{a=۱}$

$f(x)=x^۳+x-۲$

$y=۳x-۱$

$x^۳+x-۲=۳x-۱$

$x^۳-۲x-۱=۰$

$(x+۱)(\underbrace{x^۲-x-۱}_{})=۰$

$x=\dfrac{۱+\sqrt{۵}}{۲} \quad x=\dfrac{۱-\sqrt{۵}}{۲}$

جمع $=\dfrac{۱+\cancel{\sqrt{۵}}+۱-\cancel{\sqrt{۵}}}{۲}=۱$

$$\begin{array}{l|l} x^۳-۲x-۱ & x+۱ \\ \hline \underline{x^۳+x^۲} & x^۲-x-۱ \\ -x^۲-۲x-۱ & \\ \underline{-x^۲-x} & \\ -x-۱ & \\ \underline{-x-۱} & \\ ۰ & \end{array}$$

$x^۲-x-۱=۰$

$\Delta=۱+۴=۵ \quad \dfrac{۱\pm\sqrt{۵}}{۲}$

(۹) $f=\{(۲,a+b),(۱,۲a),(-۱,a-۲b+۱)\}$

$a-۲b+۱=۲a=a+b$

$۲a=a+b \Rightarrow \boxed{a=b}$

$a-۲b+۱=۲a$

$a-۲a+۱=۲a$

$-a+۱=۲a \to \boxed{a=\dfrac{۱}{۳}}=b$

مهم

(۱۰) $f(x)=\dfrac{۴x^۲-ax+c+۱}{bx+۳}=x$

$۴x^۲-ax+c+۱=bx^۲+۳x$

$\boxed{b=۴}$

$-a=۳\to\boxed{a=-۳}$

$c+۱=۰\to\boxed{c=-۱}$

$a+b+c=۴-۳-۱=\boxed{۰}$