روژینا فدایی

۲۰

بنام خدا

①

$$f(x)=\begin{cases} x^۲+۲x \; ; & x\geq a \\ ax-۴ \; ; & x\leq a\end{cases} \Rightarrow a^۲+۲a=a^۲-۴$$

$$۲a=-۴$$

$$\boxed{a=-۲}$$

②

$$f(x)=\frac{x^۲+a}{۲x-b} \Rightarrow \frac{۴+a}{۴-b}=۴+b=۳ \Rightarrow ۴+b=۳ \quad \boxed{b=-۱}$$

$$g(x)=۲x+b$$

$(۲,۳)$

$$\hookrightarrow \frac{۴+a}{۴-(-۱)}=\frac{۴+a}{۵}=۳ \Rightarrow ۴+a=۱۵ \to \boxed{a=۱۱}$$

$$f(x)=\frac{x^۲+۱۱}{۲x+۱} \Rightarrow f(۱) \Rightarrow \frac{۱+۱۱}{۲+۱}=\boxed{۴}$$

③

$$f(x)=\frac{۴x+۱}{۲x^۲+ax+b} \Rightarrow \frac{۴x+۱}{۲x^۲-۶x-۸} \Rightarrow f(۱)=\frac{۴+۱}{۲-۶-۸}=\boxed{\frac{۵}{-۱۲}}$$

$R-\{-۱,۴\} \rightsquigarrow$ ریشه های مخرج

$f(۱) \Rightarrow$

$$\to \begin{cases} ۲-a+b=۰ \rightsquigarrow ۲+۶=-b \to \boxed{b=-۸} \\ ۳۲+۴a+b=۰ \end{cases}$$

$$۳۰+۵a=۰$$

$$۳۰=-۵a \to \boxed{a=-۶}$$

④

$$f(x)=\frac{x^۳-\sqrt{۳}}{-۴x^۲+ax+b}=\frac{x^۳-\sqrt{۳}}{k(x+۱)^۲} \Rightarrow k(x^۲+۲x+۱) \Rightarrow -۴x^۲-\underset{a}{۸}x-\underset{b}{۴}$$

$k=-۴$

$R-\{-۱\}$

ریشه مخرج

$$\left.\begin{matrix} a=-۸ \\ b=-۴\end{matrix}\right\} a+b=\boxed{-۱۲}$$

⑤

$$f(x)=\frac{۲x}{(x-۱)(x^۲+mx+۱)} \left\langle \begin{matrix} (x-۱)^۲ \Rightarrow x^۲+۱-۲x \to \boxed{m=-۲} \\ \text{یا } \Delta<۰ \Rightarrow m^۲-۴<۰ \end{matrix}\right.$$

$R-\{۱\}$

$$(m+۲)(m-۲)<۰ \qquad \begin{matrix} -۲ & & ۲ \\ + & - & +\end{matrix} \Rightarrow -۲<m<۲ \quad \boxed{[-۲,۲)}$$

⑥

$$f(x)=\sqrt{۴-\frac{۱}{x^۲}} \to ۴-\frac{۱}{x^۲}\geq ۰$$

① $x\neq ۰$

$$\left(۲-\frac{۱}{x}\right)\left(۲+\frac{۱}{x}\right)\geq ۰$$

$$\frac{۱}{۲} \qquad \frac{-۱}{۲}$$

$$\begin{matrix} -\frac{۱}{۲} & & \frac{۱}{۲} & \\ + & - & & + \end{matrix} \Rightarrow D=\left[(-\infty,-\frac{۱}{۲}]\cup[\frac{۱}{۲},+\infty)\right]$$

$$D=\text{یا } R-\left\{(-\frac{۱}{۲},\frac{۱}{۲})\right\}$$

(۷)

$f(x) = \sqrt{mx^2 + 2mx + 1}$

$mx^2 + 2mx + 1 \geq 0 \Rightarrow \begin{cases} \Delta \leq 0 \to b^2 \leq 4ac \to 4m^2 \leq 4m \to m(m-1) \leq 0 \\ x \geq 0 \to m \geq 0 \to m \in [0, +\infty) \end{cases}$

$x = 1$ ... $m = 0$

$m \in [0, 1]$ ✓

اشتراک

(۸)

$f(x) = \begin{cases} \frac{4x^2 - 1}{2x - 1} & x \neq a \to a = \frac{1}{2} \\ 4x + k & x = \frac{1}{2} \end{cases} \to g(\frac{1}{2}) = 2 \to f(\frac{1}{2}) + k = \; k = 0$

$g(x) = 2x + 1$

$a + k = ? \quad \frac{1}{2} + 0 = \frac{1}{2}$

(۹)

$f(x) = \begin{cases} \frac{9x^2 - 4}{3x + 2} & x \neq -\frac{2}{3} \\ 3ax + 2 & x = -\frac{2}{3} \end{cases} \to f(1) = \frac{9 - 4}{5} = 1 \to g(1) = 1 \quad 3 + b = 1 \quad b = -2$

$\Rightarrow f(-\frac{2}{3}) = g(-\frac{2}{3}) \Rightarrow -2 - 2 = -4 = 3a(-\frac{2}{3}) + 2$

$a = 3$

$g(x) = 3x + b$

$a - b = 3 - (-2) = 5$

(۱۰)

$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4}{x - 2} & x \neq 2 \\ 2a^2 + ax & x = 2 \end{cases}$

$g(2) = f(2)$

$4 = 2a^2 + 2a$

$2 = a^2 + a$

$a^2 + a - 2 = 0$

$(a - 1)(a + 2) = 0 \; \begin{cases} a = 1 \\ a = -2 \end{cases}$

$g(x) = x + 2$