روژینا فدایی

به نام خدا

①

$$f(x)=\begin{cases} x^2+2x & ; x\geq a \\ ax-4 & ; x\leq a \end{cases} \Rightarrow a^2+2a=a^2-4$$

$$2a=-4$$

$$\boxed{a=-2}$$

②

$$f(x)=\frac{x^2+a}{2x-b} \Rightarrow \frac{4+a}{4-b}=4+b=3 \Rightarrow 4+b=3 \quad \boxed{b=-1}$$

$$g(x)=2x+b$$

$$(2,3)$$

$$\hookrightarrow \frac{4+a}{4-(-1)}=\frac{4+a}{5}=3 \Rightarrow 4+a=15 \rightarrow \boxed{a=11}$$

$$f(x)=\frac{x^2+11}{2x+1} \Rightarrow f(1) \Rightarrow \frac{1+11}{2+1}=\boxed{4}$$

③

$$f(x)=\frac{4x+1}{2x^2+ax+b} \Rightarrow \frac{4x+1}{2x^2-6x-8} \Rightarrow f(1)=\frac{4+1}{2-6-8}=\boxed{\frac{5}{-12}}$$

$R-\{-1,4\}$ → ریشه های مخرج

$f(1) \Rightarrow$

$$\rightarrow \begin{cases} 2-a+b=0 \sim 2+6=-b \rightarrow \boxed{b=-8} \\ 32+4a+b=0 \end{cases}$$

$$30+5a=0$$

$$30=-5a \rightarrow \boxed{a=-6}$$

④

$$f(x)=\frac{x^3-\sqrt{3}}{-4x^2+ax+b}=\frac{x^3-\sqrt{3}}{12(x+1)^2} \Rightarrow \frac{12(x^2+2x+1)}{-4} \Rightarrow \underbrace{-4x^2}\underbrace{-8}_{a}x\underbrace{-4}_{b}$$

$R-\{-1\}$ ریشه مخرج

$$\left.\begin{matrix} a=-8 \\ b=-4 \end{matrix}\right\} a+b=\boxed{-12}$$

⑤

$$f(x)=\frac{2x}{(x-1)(x^2+mx+1)}$$

$R-\{1\}$

$$(x-1)^2 \Rightarrow x^2+1-2x \rightarrow \boxed{m=-2}$$

یا $\Delta<0 \Rightarrow m^2-4<0$

$(m+2)(m-2)<0$; $-2 \quad 2$; $+ \; - \; +$ $\Rightarrow -2<m<2$ $\boxed{(-2,2)}$

⑥

$$f(x)=\sqrt{4-\frac{1}{x^2}} \rightarrow 4-\frac{1}{x^2}\geq 0$$

① $x\neq 0$

$$\left(2-\frac{1}{x}\right)\left(2+\frac{1}{x}\right)\geq 0$$

$\frac{1}{2}$; $\frac{-1}{2}$

$-\frac{1}{2} \quad \frac{1}{2}$; $+ \; - \; +$ $\Rightarrow D=\left\{(-\infty,-\frac{1}{2}] \cup [\frac{1}{2},+\infty)\right\}$

$D=$ یا $R-\{(-\frac{1}{2},\frac{1}{2})\}$

۷

$f(x) = \sqrt{mx^۲ + ۲mx + ۱}$

$mx^۲ + ۲mx + ۱ \geq ۰ \Rightarrow \begin{cases} \Delta \leq ۰ \to b^۲ \leq ۴ac \to ۴m^۲ \leq ۴m \to m(m-۱) \leq ۰ \\ a \geq ۰ \to m \geq ۰ \to m \in [۰, +\infty) \end{cases}$

(۰ ، ۱ : + | − | + ✓) اشتراک

$x = ۱$ … $m = ۰$

$m \in [۰, ۱]$ ✓

۸

$f(x) = \begin{cases} \dfrac{۴x^۲ - ۱}{۲x - ۱} & x \neq a \\ ۴x + k & x = \dfrac{۱}{۲} \end{cases}$ → $a = \dfrac{۱}{۲}$

→ $g(\frac{۱}{۲}) = ۲ \to ۴(\frac{۱}{۲}) + k = \quad k = ۰$

$g(x) = ۲x + ۱$

$a + k = ?\quad \dfrac{۱}{۲} + ۰ = \dfrac{۱}{۲}$

۹

$f(x) = \begin{cases} \dfrac{۹x^۲ - ۴}{۳x + ۲} & x \neq -\dfrac{۲}{۳} \\ ۳ax + ۲ & x = -\dfrac{۲}{۳} \end{cases}$ → $f(۱) = \dfrac{۹ - ۴}{۵} = ۱ \to g(۱) = ۱$ ، $۳ + b = ۱$ ، $b = -۲$

$\Rightarrow f(-\frac{۲}{۳}) = g(-\frac{۲}{۳}) \Rightarrow -۲ - ۲ = -۴ = ۳a(-\frac{۲}{۳}) + ۲$

$a = ۳$

$g(x) = ۳x + b$

$a - b: \quad ۳ - (-۲) = ۵$

۱۰

$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^۲ - ۴}{x - ۲} & x \neq ۲ \\ ۲a^۲ + ax & x = ۲ \end{cases}$ →

$g(۲) = f(۲)$

$۴ = ۲a^۲ + ۲a$

$۲ = a^۲ + a$

$a^۲ + a - ۲ = ۰$

$(a - ۱)(a + ۲) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} a = ۱ \\ a = -۲ \end{cases}$

$g(x) = x + ۲$